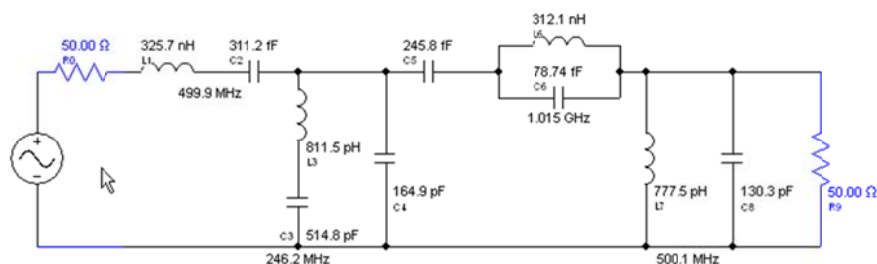
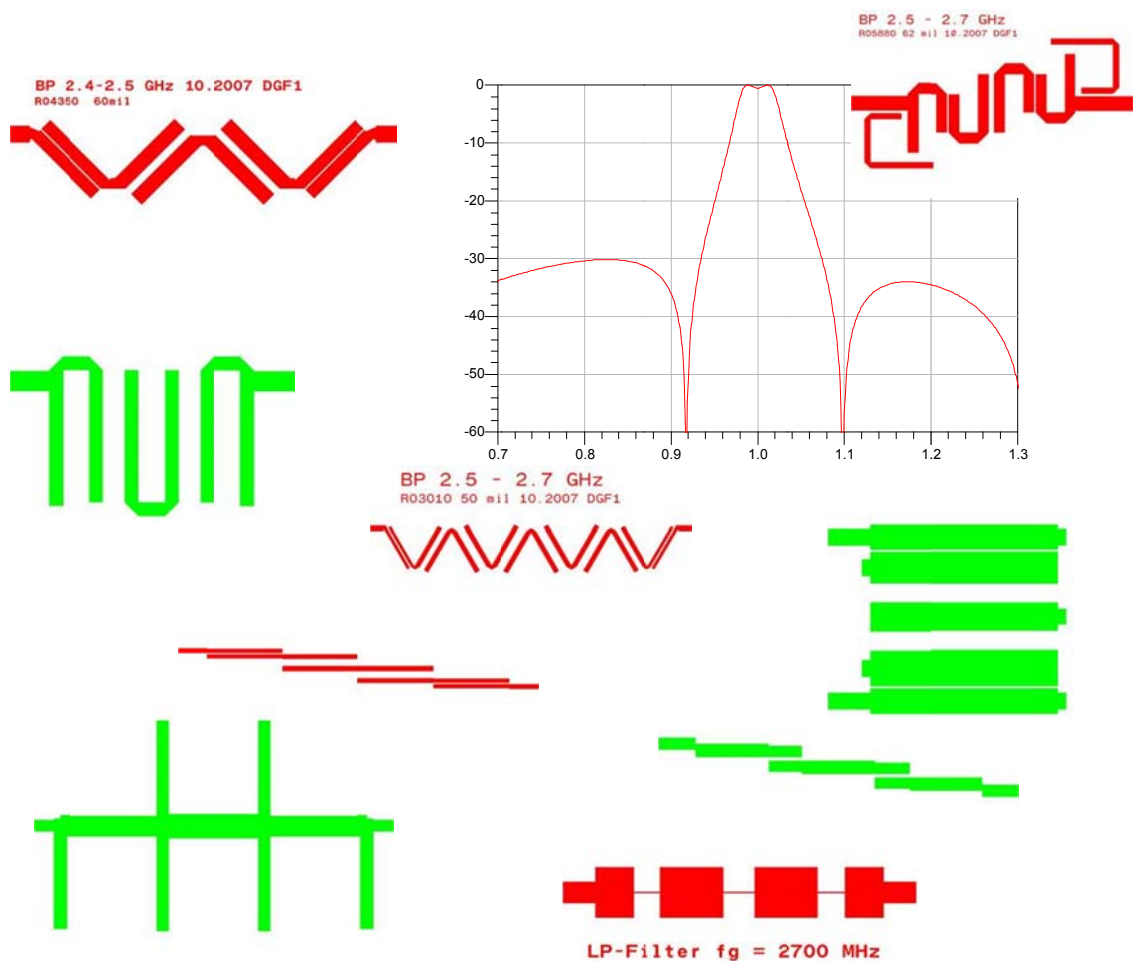




Passive Filter

der Hochfrequenz- und Nachrichtentechnik



Inhaltsverzeichnis

1	Filter Jargon, Begriffe und Definitionen.....	1
1.1	Filteranwendungen	1
1.2	Filtertypen	1
1.3	Approximationen, Filtercharakteristiken	4
1.4	Übertragungsfunktionen, Dämpfungsfunktionen	5
1.5	Phasen- und Gruppenlaufzeit.....	7
1.6	Sprungantwort, Impulsantwort.....	8
1.7	Impedanzanpassung	8
2	Einfache LC-Bandpassfilter.....	10
2.1	Parallelkreis und kapazitiver Teiler.....	10
2.2	Parallelkreis und induktivem Teiler.....	13
2.3	2-Kreis Filter mit kapazitiver Kopplung für kleine Impedanzen	15
3	Filter mit kritischer Dämpfung	19
4	Bessel-Filter	22
5	Gauss-Filter	25
6	Raised Cosine Filter	29
7	Butterworth-Filter.....	33
7.1	Dimensionierung Butterworth:	38
8	Chebyshev-Filter	41
8.1	Dimensionierung Chebyshev:.....	46
9	Filtervergleich	50
10	Skalierung, Transformationen	52
10.1	Impedanz	52
10.2	Frequenz.....	52
10.3	Tiefpass - Hochpass-Transformation	53
10.4	Tiefpass - Bandpass-Transformation	54
10.5	Tiefpass - Bandstop-Transformation	56
11	Netzwerktransformationen	59
11.1	Norton-Transformationen	59
11.1.1	Zusammenstellung der Norton-Transformationen.....	64
11.2	Impedanz- und Admittanzinverter (Immittanzinverter)	66
11.2.1	Praktische Realisierung von Impedanz- und Admittanzinvertern:.....	69
11.2.2	Anwendungen von Impedanz- und Admittanzinvertern	71
11.2.3	Transformation des normierten Tiefpasses.....	73
11.2.4	Bandpasstransformation mit Immittanzinvertern	74
12	Realisierung von Filtern mit planaren Leitungen (Mikrostrip).....	79
12.1	Richard's Transformation	84
12.2	Kuroda Identitäten	85
12.3	Tiefpassfilter	86
12.3.1	Stepped Impedance Tiefpassfilter	86
12.3.2	Tiefpassfilter mit Stubs	94
12.3.3	Tiefpassfilter mit kommensurablen Leitungen.....	98
12.4	Hochpassfilter	101
12.4.1	Hochpassfilter mit „quasi konzentrierten“ Elementen.....	101
12.4.2	Hochpassfilter mit Stubs	101
12.5	Bandpassfilter	104
12.5.1	Bandpassfilter mit endgekoppelten Leitungen	105
12.5.2	Bandpassfilter mit parallel gekoppelten Leitungen.....	108
12.5.3	Zig-Zag und Hairpin Bandpassfilter	112
12.5.4	Interdigital Bandpassfilter	115
12.5.5	Combine Bandpassfilter.....	123
13	Literatur zu Filter	128

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: Dämpfungsfunktion des idealen und realen Tiefpasses	1
Abbildung 1-2: Dämpfungsfunktion des realen Hochpasses	2
Abbildung 1-3: Dämpfungsfunktion des realen Bandpasses	2
Abbildung 1-4: Dämpfungsfunktion der realen Bandsperre	3
Abbildung 1-5: Diplexer	3
Abbildung 1-6: Beschalteter Zweitor	5
Abbildung 1-7: Quelle mit Leistungsanpassung	5
Abbildung 1-8: Tiefpass	7
Abbildung 1-9: Sprungfunktion	8
Abbildung 1-10: Dirac-Impuls	8
Abbildung 1-11: Impedanzanpassung	9
Abbildung 1-12: Beziehung zwischen Impedanzanpassung und Bandbreite	9
Abbildung 2-1: Parallelkreis mit kapazitivem Teiler	10
Abbildung 2-2: Netzwerkkumformung	11
Abbildung 2-3: Simulationsergebnis für Beispiel 2-1	12
Abbildung 2-4: Parallelkreis mit induktivem Teiler	13
Abbildung 2-5: Umgeformtes Netzwerk	13
Abbildung 2-6: Simulationsergebnis für Beispiel 2-2	14
Abbildung 2-7: 2-Kreis Bandpass	15
Abbildung 2-8: Netzwerkkumformung	16
Abbildung 2-9: Simulationsergebnis für Beispiel 2-3	18
Abbildung 2-10: Ersatzschaltung für C_3	18
Abbildung 3-1: Blockschaltbild für Filter mit kritischer Dämpfung	19
Abbildung 3-2: Amplitudengang für Filter mit kritischer Dämpfung, $n = 5$	20
Abbildung 3-3: Sprungantwort für Filter mit kritischer Dämpfung	21
Abbildung 4-1: Amplitudengang des Bessel-Filters	23
Abbildung 4-2: Amplitudengang des Bessel-Filters im Durchlassbereich	24
Abbildung 4-3: Gruppenlaufzeit des Bessel-Filters	24
Abbildung 4-4: Sprungantwort des Bessel-Filters	24
Abbildung 5-1: Normierter Amplitudengang des Gauss-Filters	25
Abbildung 5-2: Normierte Impulsantwort des Gauss-Filters	26
Abbildung 5-3: Amplitudengang des Gauss-Filters	27
Abbildung 5-4: Amplitudengang des Gauss-Filters im Durchlassbereich	27
Abbildung 5-5: Gruppenlaufzeit des Gauss-Filters	27
Abbildung 5-6: Sprungantwort des Gauss-Filters	28
Abbildung 6-1: Amplitudengang des Raised-Cosine-Filters	29
Abbildung 6-2: Impulsantwort des Raised-Cosine-Filters	30
Abbildung 6-3: Amplitudengang des Raised-Cosine-Filters mit verschiedenen α	31
Abbildung 6-4: Log. Amplitudengang des Raised-Cosine-Filters mit verschiedenen α	31
Abbildung 6-5: Amplitudengang des Raised-Cosine- und Root-Raised-Cosine-Filters	31
Abbildung 6-6: Impulsantwort des Raised-Cosine-Filters mit verschiedenen α	32
Abbildung 6-7: Impulsantwort des Raised-Cosine-Filters mit drei aufeinander folgenden Impulsen	32
Abbildung 7-1: Beschalteter Zweitor	33
Abbildung 7-2: Dämpfungsfunktion des idealen und realen Tiefpasses	33
Abbildung 7-3: Approximation des Tiefpassverhaltens	34
Abbildung 7-4: Amplitudengang des Butterworth-Filters mit verschiedenen n	36
Abbildung 7-5: Amplitudengang des Butterworth-Filters im Durchlassbereich	37
Abbildung 7-6: Rückflusdämpfung des Butterworth-Filters mit verschiedenen n	37
Abbildung 7-7: Gruppenlaufzeit des Butterworth-Filters mit verschiedenen n	37
Abbildung 7-8: Sprungantwort des Butterworth-Filters mit verschiedenen n	38
Abbildung 7-9: Tiefpassschaltung, a): erstes Element parallel, b): erstes Element serie	38
Abbildung 7-10: Dämpfungsfunktion des Butterworth-Filters	38
Abbildung 7-11: normierter Tiefpass, a): erstes Element parallel, b): erstes Element serie	39
Abbildung 8-1: Fehlerfunktion	41
Abbildung 8-2: Amplitudengang und Rückflusdämpfung des Chebyshev-Filters mit verschiedenen n	44
Abbildung 8-3: Amplitudengang und Rückflusdämpfung des Chebyshev-Filters mit verschiedenen A_r	44
Abbildung 8-4: Amplitudengang des Chebyshev-Filters im Durchlassbereich, mit verschiedenen A_r	44
Abbildung 8-5: Gruppenlaufzeit des Chebyshev-Filters mit verschiedenen A_r	45

Abbildung 8-6: Sprungantwort des Chebyshev-Filters mit verschiedenen n	45
Abbildung 8-7: Tiefpassschaltung, a): erstes Element parallel, b): erstes Element serie	46
Abbildung 8-8: Dämpfungsfunktion des Chebyshev-Filters	46
Abbildung 8-9: normierter Tiefpass, a): erstes Element parallel, b): erstes Element serie	48
Abbildung 9-1: Vergleich des Amplitudengangs verschiedener Filter	50
Abbildung 9-2: Vergleich des Amplitudengangs im Durchlassbereich	50
Abbildung 9-3: Vergleich der Rückflussdämpfung verschiedener Filter	50
Abbildung 9-4: Vergleich der Gruppenlaufzeit verschiedener Filter	51
Abbildung 9-5: Vergleich der Sprungantwort verschiedener Filter	51
Abbildung 10-1: Tiefpass-Hochpass Transformation	53
Abbildung 10-2: Tiefpass-Bandpass Transformation	54
Abbildung 10-3: Tiefpass-Bandpass Transformation	55
Abbildung 10-4: Tiefpass-Bandsperre Transformation	56
Abbildung 11-1: Netzwerktransformation nach Norton	59
Abbildung 11-2: Transformation von zwei Kapazitäten	60
Abbildung 11-3: Transformiertes Netzwerk	60
Abbildung 11-4: Elimination des Transformators	61
Abbildung 11-5: Impedanzinverter (K-Inverter) und Admittanzinverter (J-Inverter)	66
Abbildung 11-6: Transformation von Reaktanzen mit Invertiern	67
Abbildung 11-7: Allgemeine Transformation von Impedanzen und Admittanzen	67
Abbildung 11-8: $\lambda/4$ -Leitung als Impedanz- und Admittanzinverter	69
Abbildung 11-9: K-Inverter mit Leitungen und Reaktanzen	69
Abbildung 11-10: J-Inverter mit Leitungen und Reaktanzen	70
Abbildung 11-11: K-Inverter mit Reaktanzen	70
Abbildung 11-12: J-Inverter mit Reaktanzen	70
Abbildung 11-13: Schmalbandiger K-Inverter	70
Abbildung 11-14: Schmalbandiger J-Inverter	71
Abbildung 11-15: Serie-Paralleltransformation mit J-Invertiern	71
Abbildung 11-16: Transformation Parallelschwingkreis in Serieschwingkreis	73
Abbildung 11-17: Tiefpasstransformation mit Immittanzinvertiern	74
Abbildung 11-18: Bandpasstransformation mit Immittanzinvertiern	75
Abbildung 11-19: Allgemeine Bandpasstransformation mit Immittanzinvertiern	76
Abbildung 12-1: gewünschter Durchlassbereich und Periodizität eines Bandpassfilters	79
Abbildung 12-2: Designablauf für die Realisierung von Filtern mit Mikrostrip	80
Abbildung 12-3: Einige typische Substrate	81
Abbildung 12-4: Umrechnung mil - mm	82
Abbildung 12-5: Mikrostrip	82
Abbildung 12-6: Leitungen als Reaktanzen	83
Abbildung 12-7: Richard's Transformation	84
Abbildung 12-8: Richard's Transformation eines Tiefpassgliedes	85
Abbildung 12-9: Richard's Transformation eines Bandpassgliedes	85
Abbildung 12-10: Unit Element UE	85
Abbildung 12-11: Kuroda Identitäten	86
Abbildung 12-12: Stepped Impedance Tiefpassfilter	87
Abbildung 12-13: Kettenmatrix der Leitung und der Ersatzschaltbilder	87
Abbildung 12-14: Benachbarte Situation für eine Induktivität	88
Abbildung 12-15: Benachbarte Situation für eine Kapazität	89
Abbildung 12-16: Tiefpassfilter mit leerlaufenden Stubs	94
Abbildung 12-17: Dimensionierungsablauf für kommensurable Filter	99
Abbildung 12-18: Interdigital Kondensator	101
Abbildung 12-19: Strukturen für Bandpassfilter	104
Abbildung 12-20: Bandpassfilter mit endgekoppelten Leitungen und Ersatzschaltbild	105
Abbildung 12-21: Abmessungen	105
Abbildung 12-22: Bandpassfilter mit gekoppelten Leitungen	108
Abbildung 12-23: Eigenschaften der gekoppelten Leitung	108
Abbildung 12-24: Ersatzschaltbild der gekoppelten Leitung	109
Abbildung 12-25: Entwicklung der äquivalenten Schaltung	109
Abbildung 12-26: Abmessungen des Bandpassfilters mit gekoppelten Leitungen	109
Abbildung 12-27: Verschiedene Bauformen des Bandpassfilter mit parallel gekoppelten Leitungen. a): Inline, b): Zig-Zag, c) Hairpin	112

Abbildung 12-28: Entwicklung der Hairpin-Struktur aus der Inline-Struktur	113
Abbildung 12-29: Tapped Hairpin	113
Abbildung 12-30: Interdigitales Bandpassfilter	115
Abbildung 12-31: Layout und EM-Simulation zur Bestimmung des Kopplungskoeffizienten	117
Abbildung 12-32: Kopplungskoeffizient in Funktion des Leiterabstandes S, RO4350B 60mil	117
Abbildung 12-33: Kopplungskoeffizient in Funktion des Leiterabstandes S, RO4350B 30mil	117
Abbildung 12-34: Combine Bandpassfilter	123
Abbildung 12-35: Combine Filter mit Ein- und Auskopplungsleitungen	124
Abbildung 12-36: EM-Simulation zur Bestimmung des Kopplungskoeffizienten	125
Abbildung 12-37: Kopplungskoeffizient in Funktion des Leiterabstandes S, RO4350B 60mil	126

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1-1: Wichtigste Eigenschaften der Filter	4
Tabelle 3-1: Konstante η für Filter mit kritischer Dämpfung	20
Tabelle 4-1: Bessel-Koeffizienten	23
Tabelle 5-1: Normierte Elementwerte des Gauss-Filters	26
Tabelle 7-1: Normierte Elementwerte für Butterworth-Filter	40
Tabelle 8-1: Normierte Elementwerte für Chebyshev-Filter mit $a_r = 0.5$ dB ($RL_{\min} = 9.6$ dB)	49
Tabelle 8-2: Normierte Elementwerte für Chebyshev-Filter mit $a_r = 0.1$ dB ($RL_{\min} = 16.4$ dB)	49
Tabelle 8-3: Normierte Elementwerte für Chebyshev-Filter mit $a_r = 0.05$ dB ($RL_{\min} = 19.4$ dB)	49
Tabelle 10-1: Tiefpass-Bandpass Transformation	55
Tabelle 10-2: Tiefpass-Bandsperre Transformation	56
Tabelle 11-1: Zusammenstellung der Norton-Transformationen	65

1 Filter Jargon, Begriffe und Definitionen

In der Hochfrequenz- und Nachrichtentechnik werden zum Teil leicht andere Begriffe und Definitionen verwendet als in der Aktivfiltertechnik. Mit einer kurzen Einführung wird ein Überblick gegeben.

1.1 Filteranwendungen

Unterdrückung unerwünschter Frequenzen

Ausfilterung erwünschter Frequenzen

Trennung oder Summierung verschiedener Frequenzen

Impulsformung

Impedanzanpassung

1.2 Filtertypen

Tiefpass TP (Lowpass LP)

Ein idealer Tiefpass weist folgende Dämpfungsfunktion auf

$$A(\omega) / \text{dB} = \begin{cases} 0 & 0 \leq \omega \leq \omega_c \\ \infty & \omega_c < \omega \leq \infty \end{cases} \quad (1.1)$$

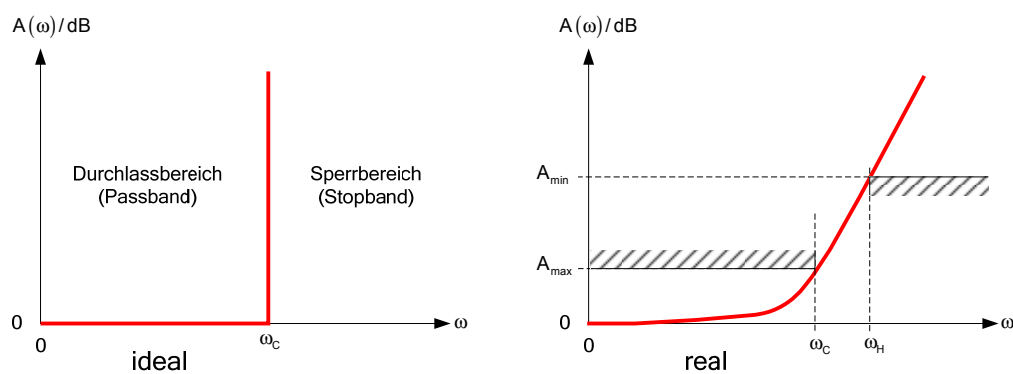


Abbildung 1-1: Dämpfungsfunktion des idealen und realen Tiefpasses

Reale Filter haben keinen so idealen Übergang vom Durchlassbereich in den Sperrbereich.

Der Frequenzbereich von $0 \leq \omega \leq \omega_c$ heisst **Durchlassbereich DB** (Passband)

Der Frequenzbereich von $\omega_H \leq \omega \leq \infty$ heisst **Sperrbereich SB** (Stopband)

Der Frequenzbereich von $\omega_c \leq \omega \leq \omega_H$ heisst **Übergangsbereich ÜB** (Transition)

ω_H ist eine für jede Applikation zu spezifizierende Frequenz oberhalb ω_c .

Hochpass HP (Highpass HP)

Ein idealer Hochpass weist folgende Dämpfungsfunktion auf

$$A(\omega) / \text{dB} = \begin{cases} \infty & 0 \leq \omega \leq \omega_c \\ 0 & \omega_c < \omega \leq \infty \end{cases} \quad (1.2)$$

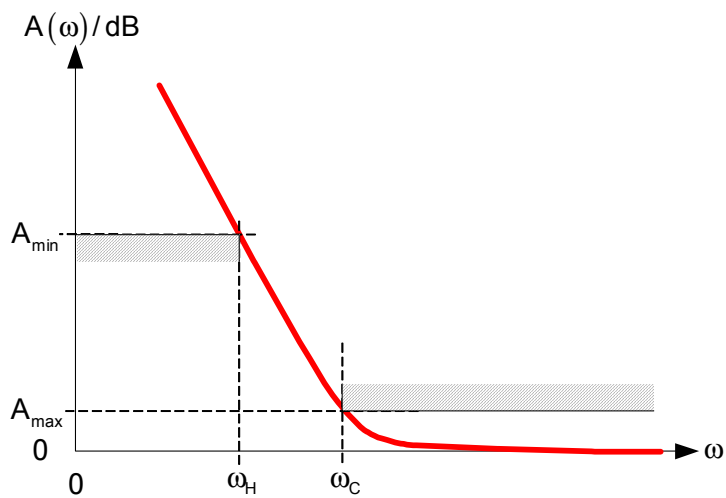


Abbildung 1-2: Dämpfungsfunktion des realen Hochpasses

Bandpass BP (Bandpass BP)

Ein idealer Bandpass weist folgende Dämpfungsfunktion auf

$$A(\omega) / \text{dB} = \begin{cases} \infty & 0 \leq \omega < \omega_a \\ 0 & \omega_a \leq \omega \leq \omega_b \\ \infty & \omega_b < \omega \leq \infty \end{cases} \quad (1.3)$$

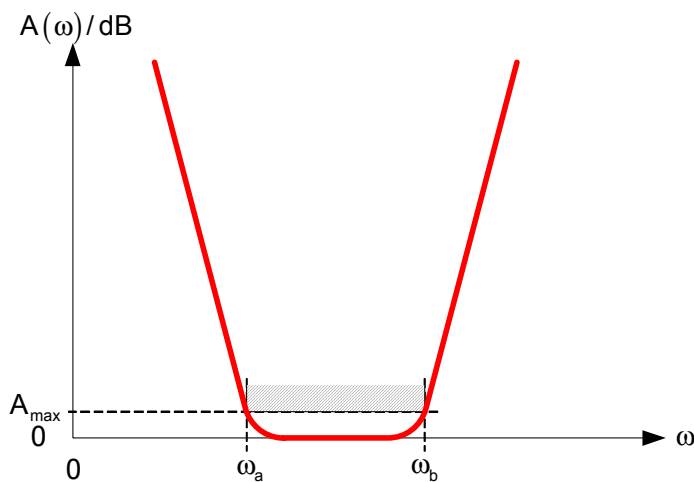


Abbildung 1-3: Dämpfungsfunktion des realen Bandpasses

Bandsperre (Bandstop BS)

Eine idealer Bandsperre weist folgende Dämpfungsfunktion auf

$$A(\omega) / \text{dB} = \begin{cases} 0 & 0 \leq \omega < \omega_a \\ \infty & \omega_a \leq \omega \leq \omega_b \\ 0 & \omega_b < \omega \leq \infty \end{cases} \quad (1.4)$$

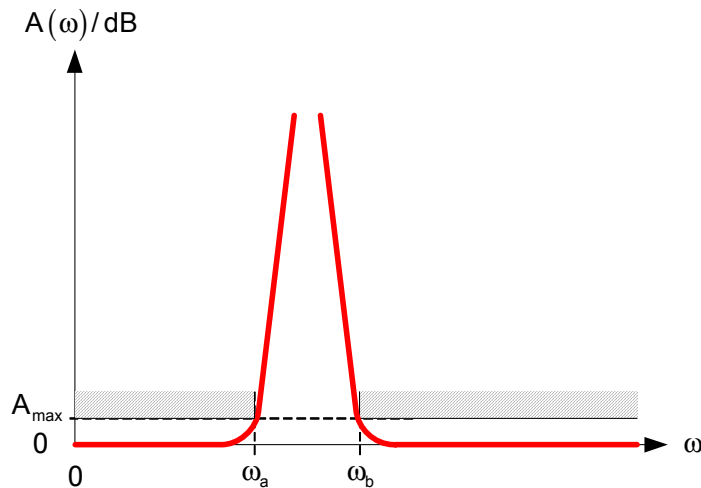


Abbildung 1-4: Dämpfungsfunktion der realen Bandsperre

Multiplexer (Multiplexer) sind Filterkombinationen zum Zusammenschalten oder Auftrennen mehrerer Frequenzen oder Frequenzbänder, z.B.:

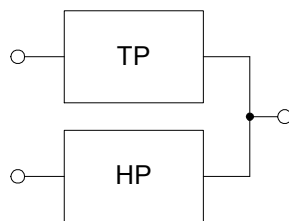


Abbildung 1-5: Diplexer

Diese Filterkombinationen werden hier nicht behandelt.

Allpassfilter (Allpass) werden für Gruppenlaufzeitentzerrungen verwendet und haben einen konstanten Amplitudengang bei vorgegebener Gruppenlaufzeitcharakteristik.

Diese Filter werden hier nicht behandelt.

Für die Synthese von Filtern werden die gewünschten Filtertypen normalerweise in TP-Filter transformiert, als TP-Prototypfilter synthetisiert und anschliessend wieder in die Originalform mit gleichzeitiger Impedanz- und Frequenztransformation zurückgewandelt. Diese Methode erlaubt auch die Verwendung von Tabellen normierter Filterelemente (Filterkataloge).

1.3 Approximationen, Filtercharakteristiken

Die Dämpfungs- oder Übertragungsfunktionen können mit verschiedenen Approximationen an die idealen Filtertypen angenähert werden.

In Hochfrequenzanwendungen werden hauptsächlich

- Kritische Dämpfung
- Butterworth
- Chebyshev

eingesetzt. Diese Filterapproximationen werden im Folgenden eingehender diskutiert.

In der Impulstechnik (digitale Modulationen) werden hauptsächlich

- Bessel
- Gauss
- Raised Cosine

eingesetzt. Diese Filterapproximationen werden ebenfalls diskutiert, da sie in digitalen Modulationen sehr häufig zur Anwendung gelangen. Als Hochfrequenzfilter im Spektralbereich werden diese Typen kaum eingesetzt.

Weitere Filterapproximationen für den Spektralbereich sind

- Invers Chebyshev
- Elliptische Filter, Cauer

Für diese Filter sei auf die Spezialliteratur verwiesen. Sie werden hier nicht diskutiert.

Filtercharakteristik	Eigenschaften	Vorteile	Nachteile
Kritische Dämpfung	Einfache Kaskadierung mit Verstärkern	Kein Überschwingen der Sprungantwort $h(t)$, gutes Zeitverhalten	Geringe Flankensteilheit im ÜB
Butterworth	Maximal flacher Verlauf im DB, Dämpfung im SB monoton steigend	Gutes Amplitudenverhalten im DB und SB	Geringe Flankensteilheit im ÜB
Chebyshev	Welligkeit im DB, Dämpfung im SB monoton steigend	Gute Flankensteilheit im ÜB	Grosse Gruppenlaufzeitänderung, schlechtes Zeitverhalten
Invers Chebyshev	Maximal flacher Verlauf im DB, Welligkeit im SB	Sehr gute Flankensteilheit im ÜB	Grosse Gruppenlaufzeitänderung, schlechtes Zeitverhalten
Elliptische Filter	Welligkeit im DB und SB	Sehr gute Flankensteilheit im ÜB	Grosse Gruppenlaufzeitänderung, schlechtes Zeitverhalten
Bessel	Impulsformung	Lineare Phase, konstante Gruppenlaufzeit im DB	Geringe Flankensteilheit im ÜB
Gauss	Impulsformung	Nahezu konstante Gruppenlaufzeit im DB Kein Überschwingen der Sprungantwort, ISI-arm	Geringe Flankensteilheit im ÜB
Raised Cosine	Nyquist Filter, Impulsformung	ISI-frei	Geringe Flankensteilheit im ÜB

Tabelle 1-1: Wichtigste Eigenschaften der Filter

DB:	Durchlassbereich
SB:	Sperrbereich
ÜB:	Übergangsbereich
ISI:	Intersymbol Interference

1.4 Übertragungsfunktionen, Dämpfungsfunktionen

Übertragungs-, Impedanz- und Admittanzfunktionen werden als rationale Funktionen der komplexen Frequenz s dargestellt.

$$s = \sigma + j\omega \quad (1.5)$$

In der allgemeinen Elektrotechnik werden Übertragungsfunktionen als Ausgangs- zu Eingangsgrösse beschrieben, z.B.

$$G(s) = \frac{U_{\text{out}}(s)}{U_{\text{in}}(s)} = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n} \quad (1.6)$$

Diese Übertragungsfunktion muss, wenn sie ein stabiles System beschreiben soll, Hurwitz sein, d.h. alle Pole müssen in der linken Halbebene von s (oder auf der $j\omega$ -Achse, wenn keine Verluste vorhanden sind) liegen.

In der Filtertheorie wird die Übertragungsfunktion manchmal auch als Verhältnis der Eingangs- zur Ausgangsgrösse beschrieben:

$$H(s) = \frac{1}{G(s)} = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m} \quad (1.7)$$

Damit werden die Pole von $G(s)$ zu Nullstellen von $H(s)$ und die Nullstellen von $G(s)$ zu Polen von $H(s)$.

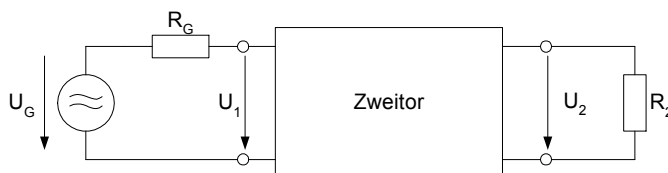


Abbildung 1-6: Beschalteter Zweitor

Weiter wird in der Filtertheorie nicht die tatsächlich vorhandene Spannung U_1 für die Bestimmung der Übertragungsfunktion verwendet, sondern diejenige Spannung, die bei einer maximalen Leistungsübertragung vom Generator zur Last (Leistungsanpassung) vorhanden ist:

$$U_{\text{av}} = \frac{U_G}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_G}} \quad (1.8)$$

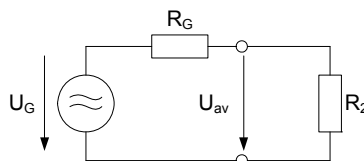


Abbildung 1-7: Quelle mit Leistungsanpassung

Für den häufig auftretenden Fall, dass $R_G = R_2$, gilt

$$u_{av} = \frac{u_G}{2} \quad (1.9)$$

Die Übertragungsfunktion lautet mit diesen Definitionen

$$H(s) = \frac{u_{av}(s)}{u_2(s)} = \frac{u_G(s)}{2u_2(s)} \sqrt{\frac{R_2}{R_G}} = \frac{1}{S_{21}(s)} \quad (1.10)$$

S_{ij} : Streuparameter

Die üblicherweise verwendete Definition für die Leistungsübertragungsfunktion ist die Einfügungsdämpfung (Insertionloss)

$$\frac{P_{20}}{P_2} = \left(\frac{R_2}{R_G + R_2} \right)^2 \left| \frac{u_G}{u_2} \right|^2 \quad (1.11)$$

P_2 ist die Leistung, die beim beschalteten Zweitor in R_2 absorbiert wird
 P_{20} ist die Leistung in R_2 , wenn das Zweitor entfernt wird und R_2 mit der Quelle und R_G verbunden wird.

Auch hier wird bei Anpassung P_{20} durch P_{av} ersetzt. P_{av} ist die von der Quelle maximal verfügbare Leistung.

$$P_{av} = \frac{|u_G|^2}{4R_G} \quad (1.12)$$

Die in der Filtertechnik verwendete Leistungsübertragungsfunktion P_{av} / P_2 wird Transducer loss genannt.

$$\frac{P_{av}}{P_2} = \frac{R_2}{4R_G} \left| \frac{u_G(j\omega)}{u_2(j\omega)} \right|^2 = |H(j\omega)|^2 = \frac{1}{|G(j\omega)|^2} = \frac{1}{|S_{21}(j\omega)|^2} \quad (1.13)$$

Meist wird die Leistungsübertragungsfunktion als Dämpfungsfunktion (Attenuation) in dB verwendet.

$$A(\omega) / \text{dB} = 10 \log |H(j\omega)|^2 = 20 \log |H(j\omega)| = -20 \log |G(j\omega)| = -20 \log |S_{21}(j\omega)| \quad (1.14)$$

Für verlustlose, reziproke Zweitore gilt weiter

$$1 = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 \quad \rightarrow \quad |S_{11}|^2 = 1 - |S_{21}|^2 \rightarrow \quad |S_{21}|^2 = 1 - |S_{11}|^2$$

$$|S_{11}| = |S_{22}| \quad (1.15)$$

$$S_{12} = S_{21}$$

$$\text{Daraus} \quad A(\omega) / \text{dB} = -10 \log (1 - |S_{11}(\omega)|^2) \quad (1.16)$$

Dies bedeutet auch, dass bei verlustlosen passiven Filtern Dämpfung nur durch Reflexion erzielt wird.

$$S_{11} = r_1 = \frac{Z_1 - R_0}{Z_1 + R_0} \quad R_0 = \text{Bezugswiderstand} \quad (1.17)$$

1.5 Phasen- und Gruppenlaufzeit

Für einen Tiefpass gemäss untenstehendem Schaltbild gilt:

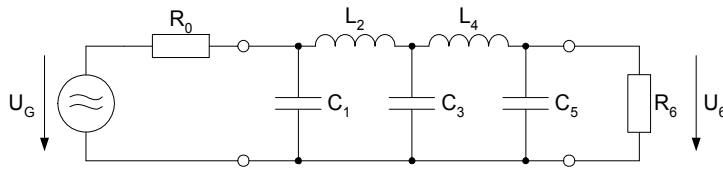


Abbildung 1-8: Tiefpass

$$\varphi = \arg \frac{U_6}{U_G} \quad \text{rad} \quad (1.18)$$

die Phasenlaufzeit

$$t_p = -\frac{\varphi}{\omega} \quad (1.19)$$

und die Gruppenlaufzeit

$$t_g = -\frac{d\varphi}{d\omega} \quad (1.20)$$

Je nach Anwendung kann eine der Grössen von Bedeutung sein. Meistens ist die Gruppenlaufzeit von Bedeutung, weil nur wenn t_g konstant ist, am Ausgang ein originalgetreues Abbild des Eingangssignales möglich ist.

Tiefpässe mit obiger Struktur haben $\varphi = 0$ für $\omega = 0$. Für $\omega \rightarrow \infty$ erhält man

$$\varphi|_{\omega \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{n\pi}{2} \quad \text{rad} \quad n = \text{Anzahl reaktive Elemente} \quad (1.21)$$

Da der grösste Teil des Phasenganges im Durchlassbereich vorhanden ist, kann die Gruppenlaufzeit sehr grob abgeschätzt werden mit

$$t_g \approx -\frac{n\pi}{2\omega_1} \quad \omega_1 = \text{Grenzfrequenz} \quad (1.22)$$

Bei Bandpässen führt die gleiche Überlegung zur Abschätzung

$$t_g \approx -\frac{n\pi}{\omega_b - \omega_a} \quad (1.23)$$

1.6 Sprungantwort, Impulsantwort

Die **Sprungantwort** $h(t)$ ist die Antwort eines Zweitors auf die Erregung mit einer Sprungfunktion $\sigma(t)$.

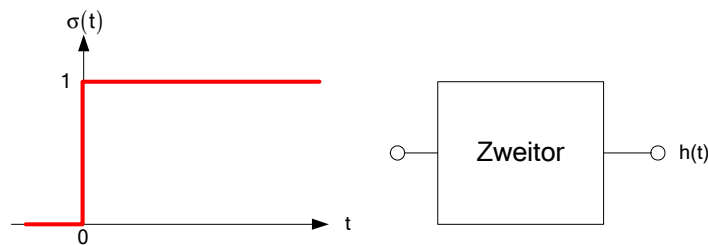


Abbildung 1-9: Sprungfunktion

Die **Impulsantwort** $g(t)$ ist die Antwort eines Zweitors auf eine Erregung mit einem Dirac-Impuls $\delta(t)$.

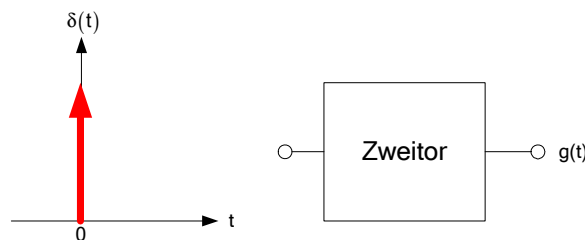


Abbildung 1-10: Dirac-Impuls

Diese Grössen stehen in folgenden Beziehungen zu einander:

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} \quad h(t) = \int_0^t g(\tau) d\tau \quad (1.24)$$

$$g(t) \quad \circ \bullet \quad G(s) = \int_0^{+\infty} g(t) e^{-st} dt \quad (1.25)$$

$$h(t) \quad \circ \bullet \quad \frac{G(s)}{s} \quad (1.26)$$

1.7 Impedanzanpassung

Werden Filter für Impedanzanpassungen verwendet, sind die Resultate der Untersuchungen von R.M.Fano von grosser Bedeutung: Fano zeigt, dass der Wirkungsgrad der Übertragung und die Bandbreite bei der Impedanzanpassung einer reaktiven Last austauschbar sind.

Kleine Bandbreite \rightarrow grosser Wirkungsgrad (kleiner Reflexionsfaktor)

Grosse Bandbreite \rightarrow kleiner Wirkungsgrad (grosser Reflexionsfaktor)

$$\Gamma_{in}(\omega) = \frac{Z_{in}(\omega) - R_G}{Z_{in}(\omega) + R_G} \quad (1.27)$$

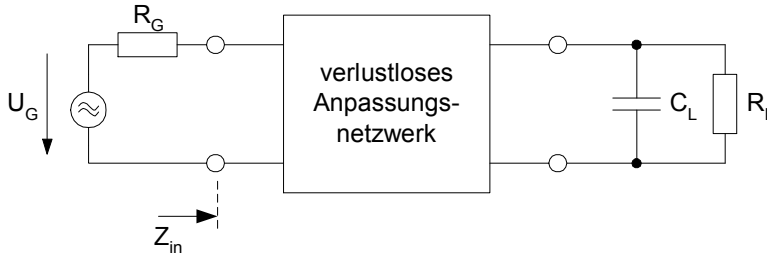


Abbildung 1-11: Impedanzanpassung

Nach Fano ist das bestens zu erreichende Resultat begrenzt durch

$$\int_0^\infty \ln \left| \frac{1}{\Gamma(\omega)} \right| d\omega = \frac{\pi}{R_L C_L} \quad (1.28)$$

Mit $0 \leq |\Gamma(\omega)| \leq 1$ und $|\Gamma(\omega)| = 0$ für Anpassung, ist der Wirkungsgrad der Übertragung um so grösser, je grösser $\ln \left| \frac{1}{\Gamma(\omega)} \right|$.

Aber die Fläche unter der Kurve von $\ln \left| \frac{1}{\Gamma(\omega)} \right|$ kann nicht grösser als $\frac{\pi}{R_L C_L}$ sein.

Wenn innerhalb einem Frequenzband von ω_a bis ω_b beste Anpassung erzielt werden soll, muss ausserhalb $\omega_a \leq \omega \leq \omega_b$ $|\Gamma| = 1$ sein.

$$\int_{\omega_a}^{\omega_b} \ln \left| \frac{1}{\Gamma(\omega)} \right| d\omega = \frac{\pi}{R_L C_L}$$

Damit finden wir für diesen Idealfall

$$|\Gamma| = e^{\frac{-\pi}{(\omega_b - \omega_a) R_L C_L}} \quad \text{für } \omega_a \leq \omega \leq \omega_b \quad (1.29)$$

$$|\Gamma| = 1 \quad \text{für } 0 \leq \omega < \omega_a, \quad \omega_b < \omega \leq \infty \quad (1.30)$$

Für den realen Fall bei gegebenem R_L und C_L zeigt untenstehende Skizze die Beziehung zwischen Impedanzanpassung und Bandbreite.

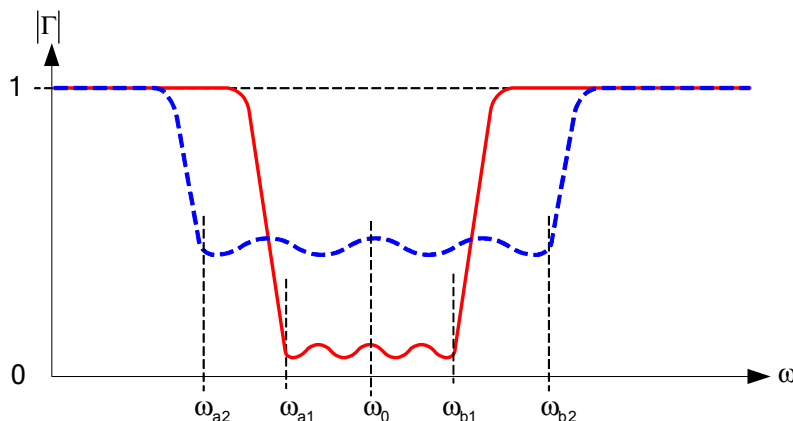


Abbildung 1-12: Beziehung zwischen Impedanzanpassung und Bandbreite

2 Einfache LC-Bandpassfilter

In vielen Anwendungen der diskreten Schaltungstechnik, z.B. Zwischenfrequenzverstärker, selektive Verstärker und Selektionsstufen bis ca. 200 MHz, werden vielfach einfache LC-Bandpassfilter verwendet, deren Dimensionierung nicht auf der Übertragungsfunktion basieren. Durch ihren einfachen Aufbau sind sie für einfache Anforderungen geeignet.

Zur Vereinfachung werden in den untenstehenden Gleichungen zum Teil Approximationen verwendet. Eine Optimierung der Schaltungen kann in einem Simulator erfolgen.

2.1 Parallelkreis und kapazitiver Teiler

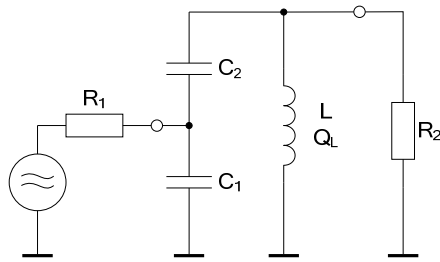


Abbildung 2-1: Parallelkreis mit kapazitivem Teiler

Diese Schaltung ist geeignet für niederohmige Impedanz (R_1) auf einer Seite und hochohmige Impedanz (R_2) auf der anderen Seite.

Gleichungen aus Schwingkreistheorie und untenstehender Netzwerkwandlung:

$$X = 2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_0 C_T} \quad C_T \approx \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$R_L = Q_L X \quad (a)$$

$$R'_1 / R_L = \frac{R'_1 R_L}{R'_1 + R_L} = R_2 \quad (\text{Anpassung})$$

$$R'_1 = \frac{R_L R_2}{R_L - R_2} \quad R_L > R_2$$

$$R_{\text{Tot}} = R'_1 / R_2 / R_L = \frac{R_2}{2}$$

$$Q_{\text{Tot}} = \frac{R_{\text{Tot}}}{X} = \frac{f_0}{B} \rightarrow X = \frac{R_2 B}{2f_0} \quad (2.1)$$

$$L = \frac{X}{2\pi f_0} \quad (2.2)$$

$$C_{\text{Tot}} = \frac{1}{2\pi f_0 X} \quad (2.3)$$

Aus (a) und (2.1):

$$R_L = \frac{R_2 Q_L B}{2f_0} \quad (2.4)$$

$$R'_1 = \frac{R_L R_2}{R_L - R_2} \quad R_L > R_2 \quad (2.5)$$

Aus Netzwerkkumformung:

$$R'_1 = R_1 \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right)^2 \rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{R'_1}{R_1}} - 1 = N - 1 \rightarrow C_1 = C_2 (N - 1)$$

$$N = \sqrt{\frac{R'_1}{R_1}} \quad (2.6)$$

$$C_{\text{Tot}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_2^2 (N - 1)}{C_2 (N - 1) + C_2} = C_2 \frac{N - 1}{N}$$

$$C_2 = \frac{C_{\text{Tot}} N}{N - 1} \quad (2.7)$$

$$C_1 = C_2 (N - 1) \quad (2.8)$$

Netzwerkkumformung:

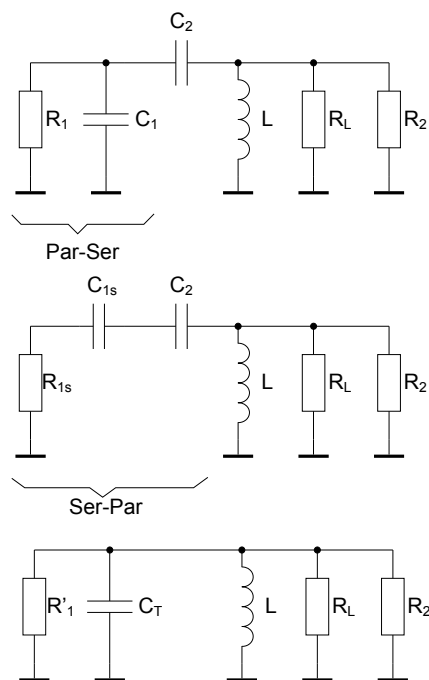


Abbildung 2-2: Netzwerkkumformung

Beispiel 2–1: Parallelkreis mit Impedanztransformation

Mittenfrequenz = 10.7 MHz, Bandbreite = 500 kHz, Güte der Induktivität = 120, $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 500 \Omega$

Gegeben:

$$f_0 := 10.7 \text{ MHz} \quad B := 0.5 \text{ MHz} \quad Q_L := 120 \quad R_1 := 50 \Omega \quad R_2 := 500 \Omega$$

Berechnungen:

$$X := \frac{R_2 \cdot B}{2 \cdot f_0} \quad X = 11.682 \Omega$$

$$L := \frac{X}{2 \cdot \pi \cdot f_0} \quad L = 173.765 \text{ nH}$$

$$C_{\text{Tot}} := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot X} \quad C_{\text{Tot}} = 1.273 \text{ nF}$$

$$R_L := \frac{R_2 \cdot Q_L \cdot B}{2 \cdot f_0} \quad R_L = 1.402 \text{ k}\Omega$$

$$R'_1 := \frac{R_L \cdot R_2}{R_L - R_2} \quad R'_1 = 777.202 \Omega$$

$$N := \sqrt{\frac{R'_1}{R_1}} \quad N = 3.943$$

$$C_2 := \frac{C_{\text{Tot}} \cdot N}{N - 1} \quad C_2 = 1.706 \text{ nF}$$

$$C_1 := C_2 \cdot (N - 1) \quad C_1 = 5.02 \text{ nF}$$

Simulationsergebnis:

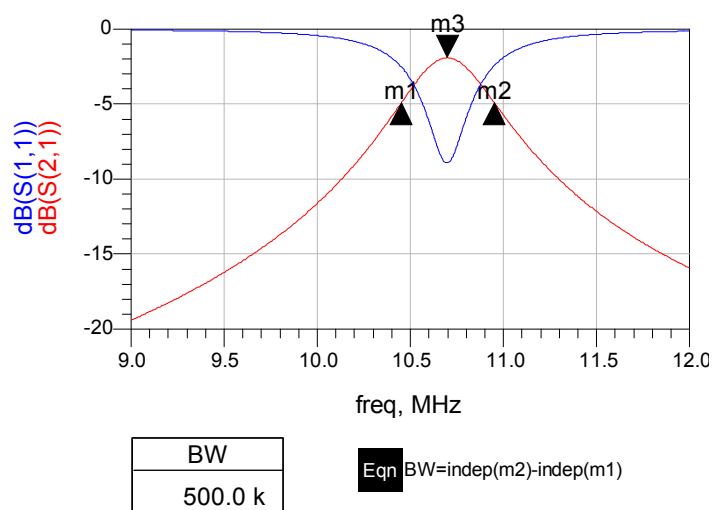


Abbildung 2-3: Simulationsergebnis für Beispiel 2–1

2.2 Parallelkreis und induktivem Teiler

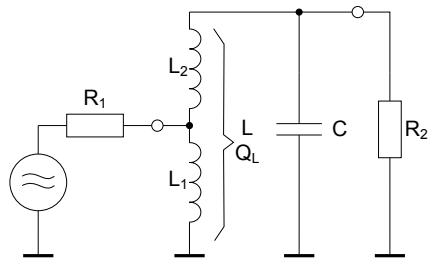


Abbildung 2-4: Parallelkreis mit induktivem Teiler

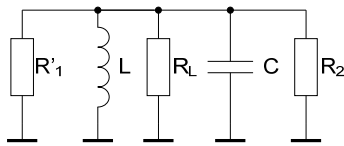


Abbildung 2-5: Umgeformtes Netzwerk

Diese Schaltung ist geeignet für niederohmige Impedanz (R_1) auf einer Seite und hochohmige Impedanz (R_2) auf der anderen Seite.

$$R_L = Q_L X$$

$$R'_1 / R_L = \frac{R'_1 R_L}{R'_1 + R_L} = R_2 \quad (\text{Anpassung})$$

$$R'_1 = \frac{R_L R_2}{R_L - R_2} \quad R_L > R_2$$

$$R_{\text{Tot}} = R'_1 / R_2 / R_L = \frac{R_2}{2}$$

$$Q_{\text{Tot}} = \frac{R_{\text{Tot}}}{X} = \frac{f_0}{B} \rightarrow X = \frac{R_2 B}{2f_0} \quad (2.9)$$

$$L = \frac{X}{2\pi f_0} \quad (2.10)$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_0 X} \quad (2.11)$$

$$R_L = \frac{R_2 Q_L B}{2f_0} \quad (2.12)$$

$$R'_1 = \frac{R_L R_2}{R_L - R_2} \quad R_L > R_2 \quad (2.13)$$

$$R'_1 = \dot{U}^2 R_1$$

$$\ddot{u} = \sqrt{\frac{R'_1}{R_1}} = \frac{n_1 + n_2}{n_1} = \frac{L}{L_1} \quad (2.14)$$

$$L_1 = \frac{L}{\ddot{u}} \quad n_1 = \frac{n_{\text{tot}}}{\ddot{u}} \quad (2.15)$$

Beispiel 2–2: Parallelkreis mit induktivem Teiler

Mittenfrequenz = 7.0 MHz, Bandbreite = 300 kHz, Güte der Induktivität = 100, $R_1 = 50 \, \Omega$, $R_2 = 1000 \, \Omega$

Gegeben:

$$f_0 := 7 \cdot \text{MHz} \quad B := 0.3 \cdot \text{MHz} \quad Q_L := 100 \quad R_1 := 50 \cdot \Omega \quad R_2 := 1000 \cdot \Omega$$

Berechnungen:

$$X := \frac{R_2 \cdot B}{2 \cdot f_0} \quad X = 21.429 \Omega$$

$$L := \frac{X}{2 \cdot \pi \cdot f_0} \quad L = 487.209 \text{ nH}$$

$$C := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot X} \quad C = 1.061 \text{ nF}$$

$$R_L := \frac{R_2 \cdot Q_L \cdot B}{2 \cdot f_0} \quad R_L = 2.143 \text{ k}\Omega$$

$$R'_1 := \frac{R_L \cdot R_2}{R_L - R_2} \quad R'_1 = 1.875 \text{ k}\Omega$$

$$\ddot{u} := \sqrt{\frac{R'_1}{R_1}} \quad \ddot{u} = 6.124$$

$$L_1 := \frac{L}{\ddot{u}} \quad L_1 = 79.561 \text{ nH}$$

Simulationsergebnis:

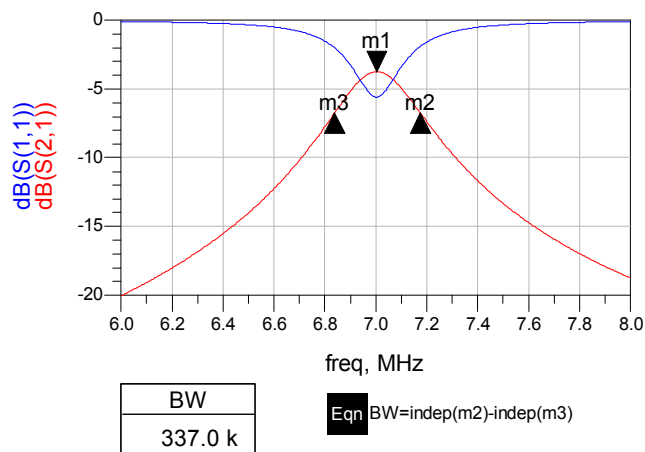


Abbildung 2-6: Simulationsergebnis für Beispiel 2–2

2.3 2-Kreis Filter mit kapazitiver Kopplung für kleine Impedanzen

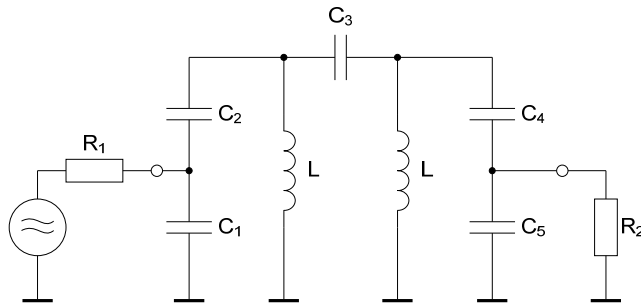


Abbildung 2-7: 2-Kreis Bandpass

Diese Schaltung ist geeignet für niederohmige Quelle und Last.

Für die Dimensionierung müssen bekannt sein:

Mittenfrequenz	f_0		
Bandbreite	B		
Quellen- und Lastwiderstand	R_1, R_2		
Gewünschter Kopplungsfaktor	K_{12}	$K_{12} > 1$: $K_{12} = 1$: $K_{12} < 1$:	überkrit. Kopplung krit. Kopplung unterkrit. Kopplung
Induktivität	L	muss gewählt werden. Empfehlung: $X_L = 5R$ R = grösserer Wert von R_1, R_2	
Güte der Induktivität	Q_L	Q_L muss sein als Q_0	

Dimensionierungsgleichungen aus Schwingkreistheorie und untenstehender Netzwerkwandlung:

$$L = \frac{5R}{2\pi f_0} \quad (2.16)$$

$$Q_0 = K_{12} \frac{f_0}{B} \quad (2.17)$$

$$X_L = 2\pi f_0 L \quad (2.18)$$

$$X_3 = -Q_0 X_L \quad (2.19)$$

$$R_m = X_L \frac{Q_L Q_0}{Q_L - Q_0} \quad (2.20)$$

$$X_m = \frac{X_3}{Q_0 - 1} \quad (2.21)$$

$$R_n = \frac{R_m}{1 + \left(\frac{R_m}{X_m}\right)^2} \quad (2.22)$$

$$X_1 = -\sqrt{\frac{R_n R_1^2}{R_1 - R_n}} \quad (2.23)$$

$$X_5 = -\sqrt{\frac{R_n R_2^2}{R_2 - R_n}} \quad (2.24)$$

$$X_2 = X_m \frac{\left(\frac{R_m}{X_m}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_m}{X_m}\right)^2} - X_1 \frac{\left(\frac{R_1}{X_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_1}{X_1}\right)^2} \quad (2.25)$$

$$X_4 = X_m \frac{\left(\frac{R_m}{X_m}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_m}{X_m}\right)^2} - X_5 \frac{\left(\frac{R_2}{X_5}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_2}{X_5}\right)^2} \quad (2.26)$$

$$C_1 = \frac{1}{-2\pi f_0 X_1} \quad (2.27)$$

$$C_2 = \frac{1}{-2\pi f_0 X_2} \quad (2.28)$$

$$C_3 = \frac{1}{-2\pi f_0 X_3} \quad (2.29)$$

$$C_4 = \frac{1}{-2\pi f_0 X_4} \quad (2.30)$$

$$C_5 = \frac{1}{-2\pi f_0 X_5} \quad (2.31)$$

Netzwerkumformung:

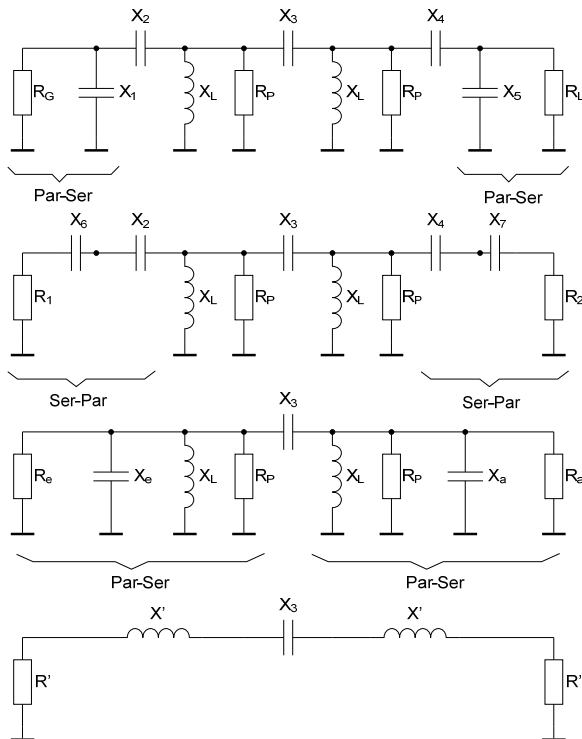


Abbildung 2-8: Netzwerkumformung

Beispiel 2–3: 2-Kreis Filter

Mittenfrequenz = 100 MHz, Bandbreite = 4 MHz, Güte der Induktivität = 100, $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 50 \Omega$

Gegeben:

$$f_0 := 100 \text{ MHz} \quad B := 4 \text{ MHz} \quad R_1 := 50 \quad R_2 := 50 \quad K_{12} := 1 \quad Q_L := 100 \quad Q_L \text{ muss} > Q_0 \text{ sein}$$

Wahl von L: Empfehlung: X_L ca. $5R_1$ $L_{\text{Empf}} := \frac{5 \cdot R_1}{2 \cdot \pi \cdot f_0}$ $L_{\text{Empf}} = 397.887 \text{ nH}$ $L := 390 \text{ nH}$

Berechnungen:

$$Q_0 := \frac{f_0 \cdot K_{12}}{B} \quad Q_0 = 25 \quad X_L := 2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot L \quad X_L = 245.044$$

$$X_3 := -Q_0 \cdot X_L \quad X_3 = -6.126 \times 10^3 \quad R_m := X_L \cdot \frac{Q_L \cdot Q_0}{Q_L - Q_0} \quad R_m = 8.168 \times 10^3$$

$$X_m := \frac{X_3}{Q_0 - 1} \quad X_m = -255.254$$

$$R_n := \frac{R_m}{1 + \left(\frac{R_m}{X_m} \right)^2} \quad R_n = 7.969$$

$$X_1 := -\sqrt{\frac{R_n \cdot R_1^2}{R_1 - R_n}} \quad X_1 = -21.771 \quad X_5 := -\sqrt{\frac{R_n \cdot R_2^2}{R_2 - R_n}} \quad X_5 = -21.771$$

$$X_2 := X_m \cdot \frac{\left(\frac{R_m}{X_m} \right)^2}{1 + \left(\frac{R_m}{X_m} \right)^2} - X_1 \cdot \frac{\left(\frac{R_1}{X_1} \right)^2}{1 + \left(\frac{R_1}{X_1} \right)^2} \quad X_2 = -236.704$$

$$X_4 := X_m \cdot \frac{\left(\frac{R_m}{X_m} \right)^2}{1 + \left(\frac{R_m}{X_m} \right)^2} - X_5 \cdot \frac{\left(\frac{R_2}{X_5} \right)^2}{1 + \left(\frac{R_2}{X_5} \right)^2} \quad X_4 = -236.704$$

$$C_1 := \frac{1}{-2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot X_1} \quad C_1 = 73.103 \text{ pF} \quad C_5 := \frac{1}{-2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot X_5} \quad C_5 = 73.103 \text{ pF}$$

$$C_2 := \frac{1}{-2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot X_2} \quad C_2 = 6.724 \text{ pF} \quad C_4 := \frac{1}{-2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot X_4} \quad C_4 = 6.724 \text{ pF}$$

$$C_3 := \frac{1}{-2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot X_3} \quad C_3 = 0.26 \text{ pF}$$

Simulationsergebnis:

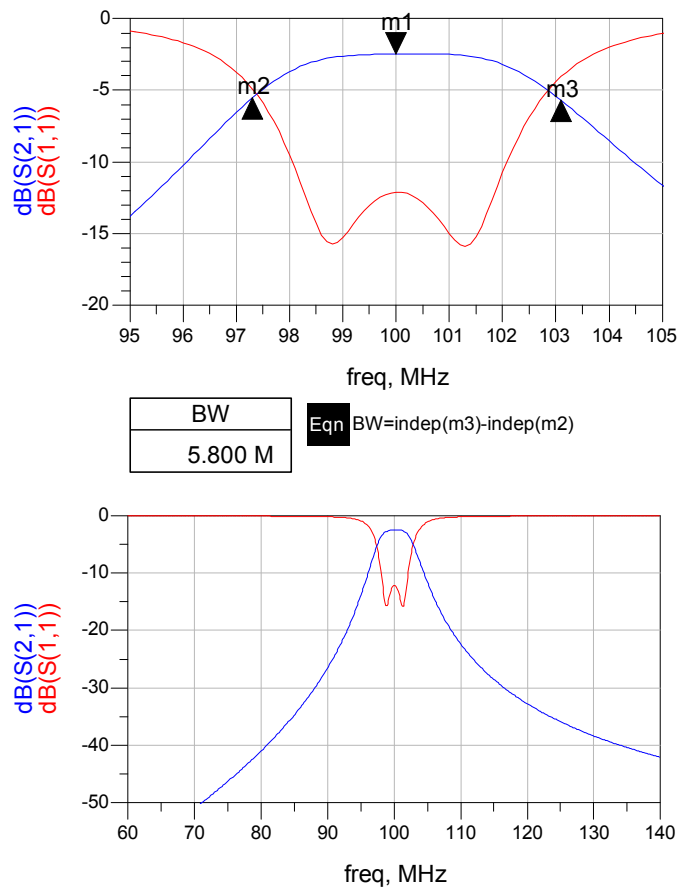


Abbildung 2-9: Simulationsergebnis für Beispiel 2–3

Die Simulation zeigt eine leicht grössere Bandbreite als bei der Dimensionierung vorgegeben. Durch die Verkleinerung von C_3 kann die Bandbreite reduziert werden. Da C_3 bereits einen sehr kleinen Wert aufweist, empfiehlt sich der Ersatz von C_3 durch einen kapazitiven Teiler. Mit der untenstehenden Schaltung kann die Kopplung kontinuierlich eingestellt werden.

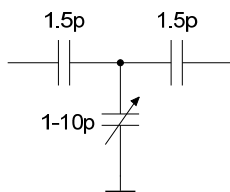


Abbildung 2-10: Ersatzschaltung für C_3

3 Filter mit kritischer Dämpfung

Haupteigenschaften:

Weist kein Überschwingen der Sprungantwort $h(t)$ auf

Geringe Flankensteilheit im Übergang zum Sperrbereich

Erhält man, wenn n Tiefpässe 1. Ordnung mit Entkopplung kaskadiert werden

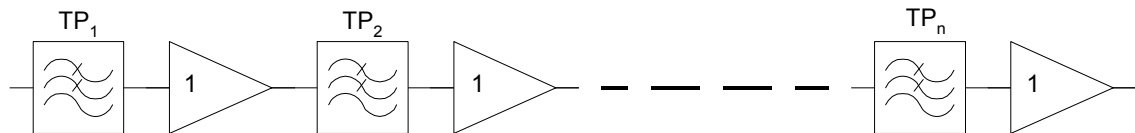


Abbildung 3-1: Blockschaltbild für Filter mit kritischer Dämpfung

Die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses 1. Ordnung lautet:

$$G_1(s) = \frac{1}{1 + \eta s} \quad \eta = \text{reelle positive Konstante} \quad (3.1)$$

Die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems lautet demnach

$$G(s) = G_1(s)G_2(s)\dots\dots G_n(s) = \prod_{i=1}^n G_i(s) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + \eta s} \quad (3.2)$$

In normierter Form mit

$$P = \frac{s}{\omega_c} = j \frac{\omega}{\omega_c} = j\Omega \quad (3.3)$$

$$G(p) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + \eta P} = \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + j\eta\Omega} \quad (3.4)$$

Der Betrag ergibt sich zu

$$|G(j\Omega)| = \left| \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + j\eta\Omega} \right| = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2\Omega^2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2\Omega^2}} \right)^n \quad (3.5)$$

$$|G(j\Omega)| = \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2\Omega^2}} \right)^n \quad (3.6)$$

Bei $\Omega = 1, (\omega = \omega_c)$ soll der Amplitudengang den Wert von $1/\sqrt{2}$ annehmen:

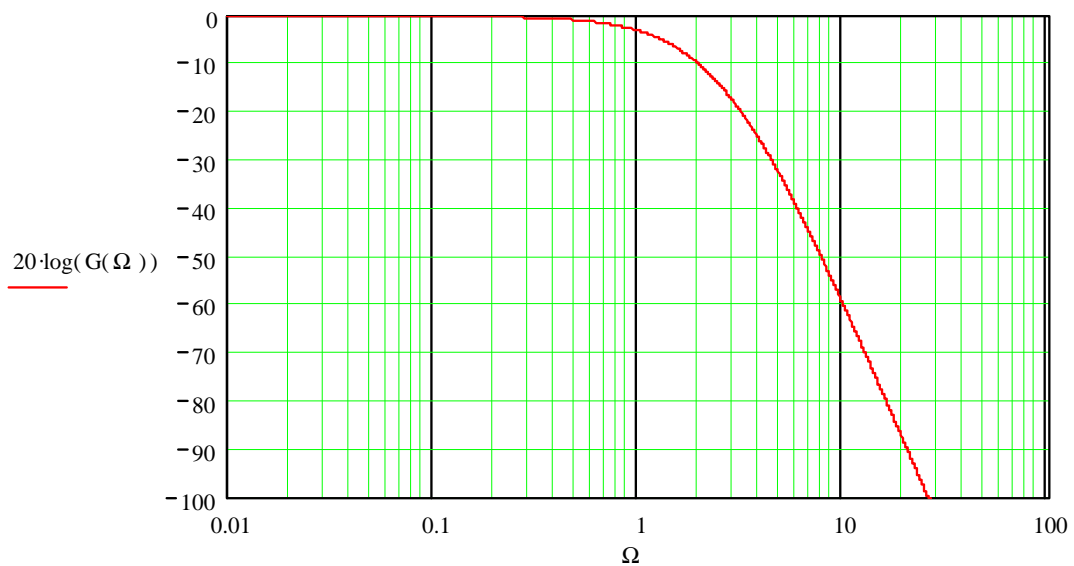
$$\left(\frac{1}{\sqrt{1+\eta^2}} \right)^n = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.7)$$

Damit wird die reelle Konstante

$$\eta = \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1} \quad (3.8)$$

n	η
1	1.0000
2	0.6436
3	0.5098
4	0.4350
5	0.3856
6	0.3499
7	0.3226
8	0.3008
9	0.2829
10	0.2679
11	0.2550
12	0.2439
13	0.2340

Tabelle 3-1: Konstante η für Filter mit kritischer Dämpfung



Filter mit kritischer Dämpfung $n=5$

Abbildung 3-2: Amplitudengang für Filter mit kritischer Dämpfung, $n = 5$

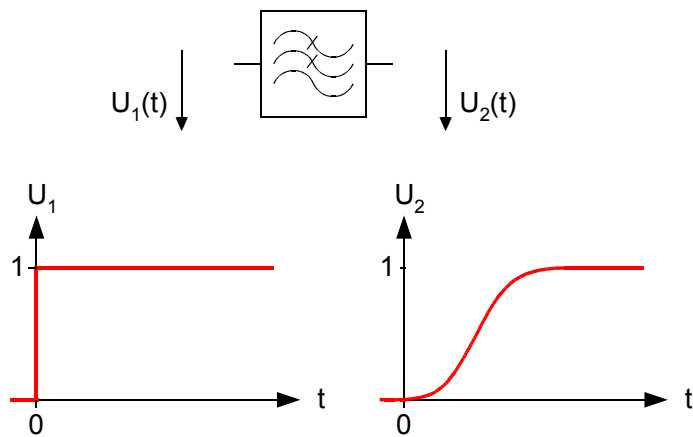
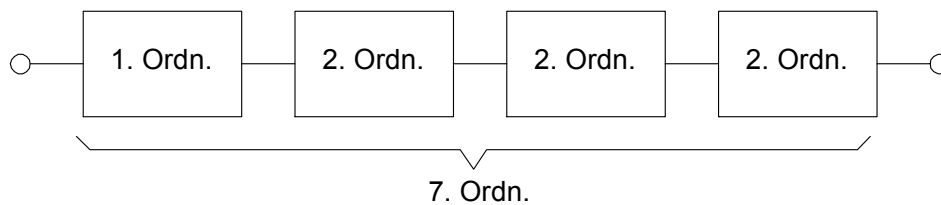


Abbildung 3-3: Sprungantwort für Filter mit kritischer Dämpfung

Beispiel 3–1: Tiefpassfilter 7. Ordnung mit kritischer Dämpfung

Bestimme die Filterkoeffizienten eines Tiefpassfilters 7. Ordnung mit kritischer Dämpfung. Grenzfrequenz = 5 kHz.

Das Filter kann auch beschrieben werden:



$$G(p) = \frac{1}{1+\eta P} \cdot \frac{1}{1+2\eta P + \eta^2 P^2} \cdot \frac{1}{1+2\eta P + \eta^2 P^2} \cdot \frac{1}{1+2\eta P + \eta^2 P^2}$$

$$\eta = \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1} = \sqrt{2^{\frac{1}{7}} - 1} = 0.3226$$

$$G(p) = \frac{1}{1+0.3226P} \cdot \left(\frac{1}{1+0.6453P + 0.1041P^2} \right)^3 \quad (\text{normierte Filterkoeffizienten})$$

Für die Entnormierung erhält man:

$$G(s) = \frac{1}{1+\alpha_1 s} \cdot \left(\frac{1}{1+\alpha_2 s + \beta_2 s^2} \right)^3$$

$$\text{mit } P = \frac{s}{\omega_c} :$$

$$\alpha_1 = \frac{\eta}{\omega_c} = \frac{0.3226}{2\pi \cdot 5\text{kHz}} = 10.27 \cdot 10^{-6} \text{ s} \quad \alpha_2 = \frac{2\eta}{\omega_c} = \frac{2 \cdot 0.3226}{2\pi \cdot 5\text{kHz}} = 20.54 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\beta_2 = \frac{\eta^2}{\omega_c} = \frac{0.3226^2}{2\pi \cdot 5\text{kHz}} = 3.313 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

4 Bessel-Filter

(Thomson-Filter, Maximally Flat Delay Filter)

Haupteigenschaften:

Weist im Durchlassbereich eine lineare Phasenänderung und damit konstante Gruppenlaufzeit t_g auf

$$t_g(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \quad (4.1)$$

Geringe Flankensteilheit im Übergang zum Sperrbereich

Aus der allgemeinen Übertragungsfunktion eines Tiefpasses in normierter Form

$$G(P) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + a_i P + b_i P^2} \quad (4.2)$$

erhält man mit $P = j\Omega$

$$G(j\Omega) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 - b_i \Omega^2 + j a_i \Omega} \quad (4.3)$$

und damit die Phase

$$\varphi(\Omega) = -a \tan \frac{\text{Im}_{\text{Nenner}} \{G(j\Omega)\}}{\text{Re}_{\text{Nenner}} \{G(j\Omega)\}} = -\sum_{i=1}^n a \tan \left(\frac{a_i \Omega}{1 - b_i \Omega^2} \right) \quad (4.4)$$

$$\text{tg}(\Omega) = -\frac{d\varphi(\Omega)}{d\Omega} = \sum_{i=1}^n a_i \frac{1 + b_i \Omega^2}{1 + (a_i^2 - 2b_i) \Omega^2 + b_i^2 \Omega^4} \quad (4.5)$$

Für den Durchlassbereich $0 \leq \Omega \leq 1$ gilt: $\Omega^4 \ll \Omega^2$

$$t_g(\Omega) \approx \sum_{i=1}^n a_i \frac{1 + b_i \Omega^2}{1 + (a_i^2 - 2b_i) \Omega^2} \quad (4.6)$$

Diese Gleichung ist dann konstant (und damit die Gruppenlaufzeit konstant), wenn

$$b_i = a_i^2 - 2b_i \quad \rightarrow \quad b_i = \frac{a_i^2}{3} \quad (4.7)$$

Diese Eigenschaft erfüllen Besselpolynome:

$$B_n(P) = \sum_{i=0}^n \xi_i P^i = \xi_0 + \sum_{i=1}^n \xi_i P^i \quad (4.8)$$

Die Übertragungsfunktion kann dann geschrieben werden

$$G(P) = \frac{\xi_0}{B_n(P)} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\xi_i}{\xi_0} P^i} \quad (4.9)$$

Die Koeffizienten können bestimmt werden mit

$$\xi_i = \frac{(2n-i)!}{2^{n-i} i! (n-i)!} \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (4.10)$$

Besselkoeffizienten ξ_i

n	i					
	0	1	2	3	4	5
1	1	1				
2	3	3	1			
3	15	15	6	1		
4	105	105	45	10	1	
5	945	945	420	105	15	1

Tabelle 4-1: Bessel-Koeffizienten

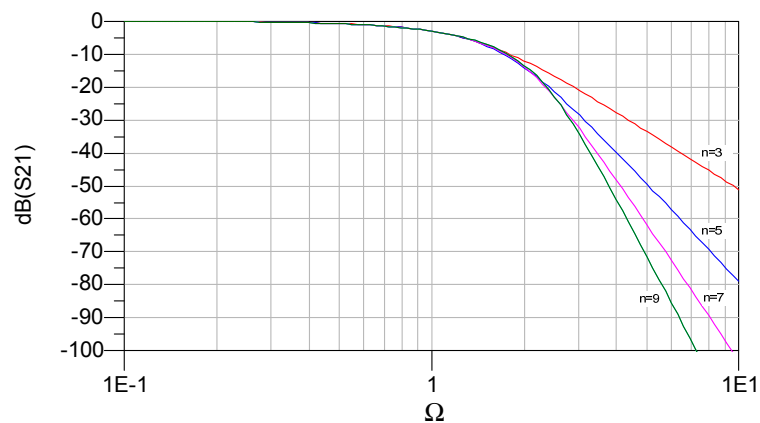


Abbildung 4-1: Amplitudengang des Bessel-Filters

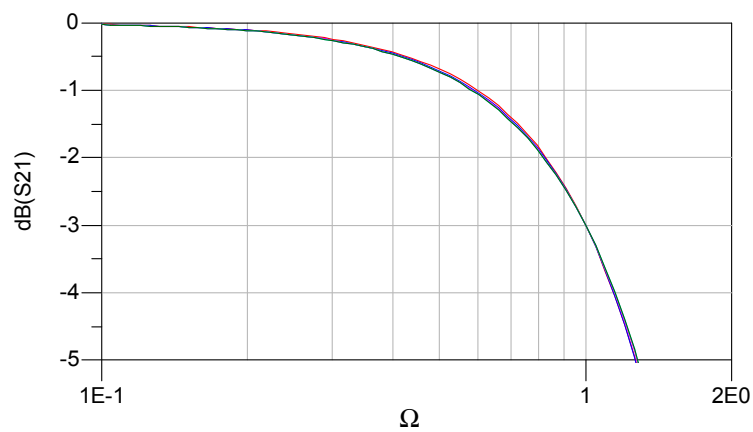


Abbildung 4-2: Amplitudengang des Bessel-Filters im Durchlassbereich

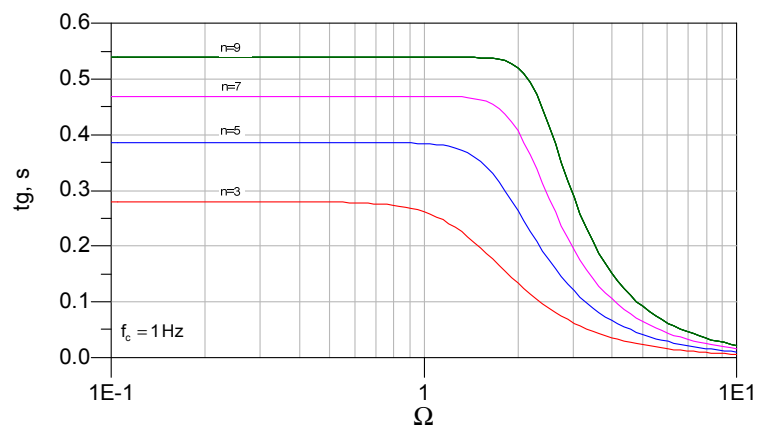


Abbildung 4-3: Gruppenlaufzeit des Bessel-Filters

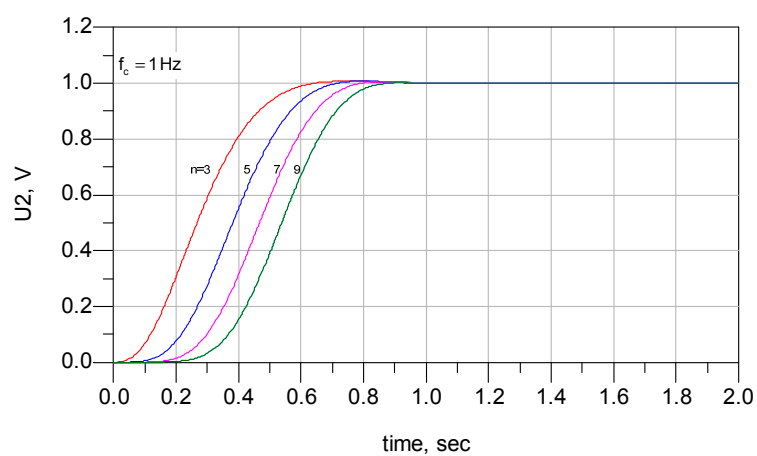


Abbildung 4-4: Sprungantwort des Bessel-Filters

5 Gauss-Filter

Haupteigenschaften:

konstante Gruppenlaufzeit im DB und SB

kein Überschwingen der Sprungantwort $h(t)$

Geringe Flankensteilheit im Übergang zum Sperrbereich

Das Gaussfilter ist kein Nyquistfilter, wird aber häufig bei digitalen Modulationen verwendet, z.B. GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying).

Das Gaussfilter hat eine „weiche“ Impulsantwort ohne Nulldurchgänge. Die Übertragungsfunktion ergibt eine glockenförmige Amplitudenverteilung um $f = 0$.

$$|G(f)| = e^{-\left(\frac{f}{B}\right)^2 \alpha^2} \approx e^{-\left(\frac{f}{B}\right)^2 0.3466} \quad (5.1)$$

$$\text{mit } \alpha = \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} = \sqrt{\ln \sqrt{2}} \approx 0.5887 \quad (5.2)$$

$$B = 3\text{dB-Bandbreite} = f_c$$

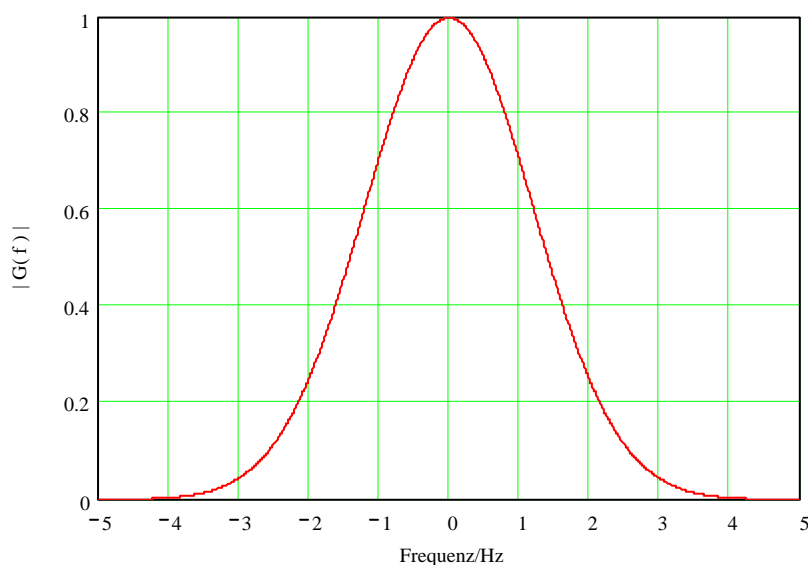


Abbildung 5-1: Normierter Amplitudengang des Gauss-Filters

Für die Impulsantwort finden wir

$$g(t) = B \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-\frac{\pi^2 t^2 B^2}{\alpha^2}} \quad (5.3)$$

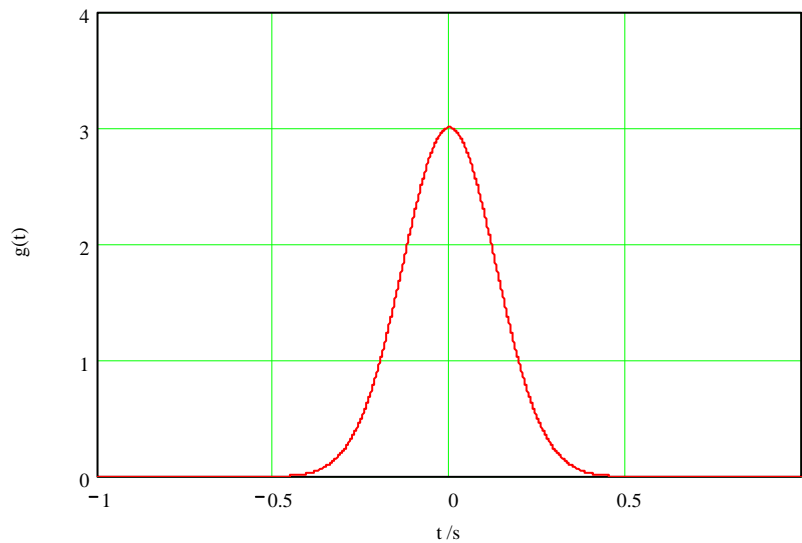


Abbildung 5-2: Normierte Impulsantwort des Gauss-Filters

In der digitalen Modulationstechnik wird das Bandbreite-Bitdauer-Produkt BT verwendet

$$BT = B \cdot T_b \quad \begin{array}{l} B = 3\text{dB-Bandbreite} = f_c \\ T_b = \text{Bitdauer} \end{array} \quad (5.4)$$

Die Übertragungsfunktion kann damit geschrieben werden

$$|G(f)| = e^{-\left(\frac{f}{BT \cdot r_b}\right)^2 \alpha^2} \quad r_b = \text{Bitrate} = \frac{1}{T_b} \quad (5.5)$$

Für GSM (Global System Mobile, Natel D) werden Filter mit $BT = 0.3$ und für DECT (Digital European Cordless Telephone) mit $BT = 0.5$ verwendet.

n	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9
2	0.47 38	2.18 50							
3	0.26 24	0.81 67	2.22 62						
4	0.17 72	0.53 02	0.93 21	2.24 50					
5	0.13 12	0.38 96	0.64 85	0.97 82	2.25 33				
7	0.08 30	0.24 73	0.40 59	0.56 06	0.73 33	1.00 73	2.25 82		
9	0.05 91	0.17 61	0.28 92	0.39 73	0.50 25	0.61 34	0.75 56	1.01 37	2.25 92

(normiert auf $\Omega = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ $R_o = 1 \Omega$)

Tabelle 5-1: Normierte Elementwerte des Gauss-Filters

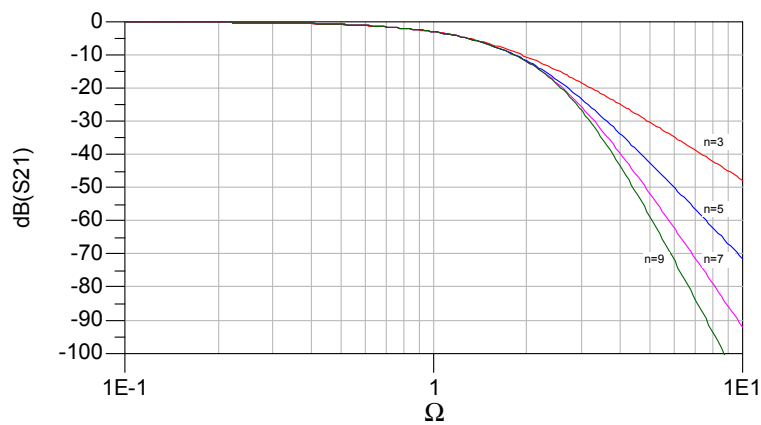


Abbildung 5-3: Amplitudengang des Gauss-Filters

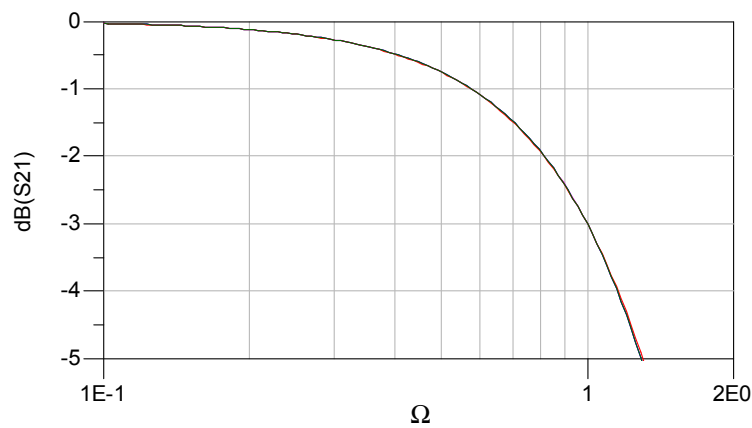


Abbildung 5-4: Amplitudengang des Gauss-Filters im Durchlassbereich

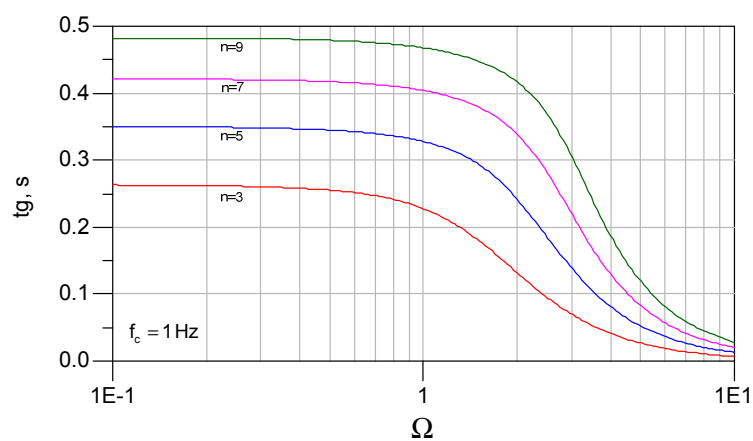


Abbildung 5-5: Gruppenlaufzeit des Gauss-Filters

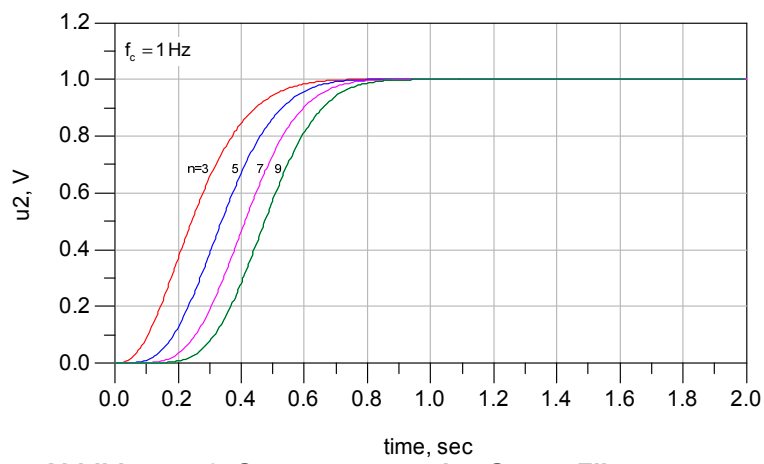


Abbildung 5-6: Sprungantwort des Gauss-Filters

6 Raised Cosine Filter

Haupteigenschaften:

kosinusförmiger Verlauf von $G(f)$ im SB

ISI-frei, (ISI = Intersymbol Interference)

Das populärste Nyquistfilter in der Kommunikationstechnik

$$\begin{aligned}
 G(f) &= \begin{cases} 1 & 0 \leq f < (1-\alpha) \\ \cos^2 \left\{ \frac{\pi}{4\alpha} \left[\frac{f}{B} - (1-\alpha) \right] \right\} & (1-\alpha) \leq f \leq (1+\alpha) \\ 0 & (1+\alpha) < f \leq \infty \end{cases} \\
 &= \begin{cases} 1 & 0 \leq f < (1-\alpha) \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi}{2\alpha} \left(\frac{f}{B} - (1-\alpha) \right) \right] \right\} & (1-\alpha) \leq f \leq (1+\alpha) \\ 0 & (1+\alpha) < f \leq \infty \end{cases} \\
 &= \begin{cases} 1 & 0 \leq f < (1-\alpha) \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 - \sin \left[\frac{\pi}{2\alpha} \left(\frac{f}{B} - 1 \right) \right] \right\} & (1-\alpha) \leq f \leq (1+\alpha) \\ 0 & (1+\alpha) < f \leq \infty \end{cases}
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Mit $\alpha = \frac{\Delta f}{B}$ $0 \leq \alpha \leq 1$

$B = 50\%$ -Bandbreite = 6dB-Bandbreite

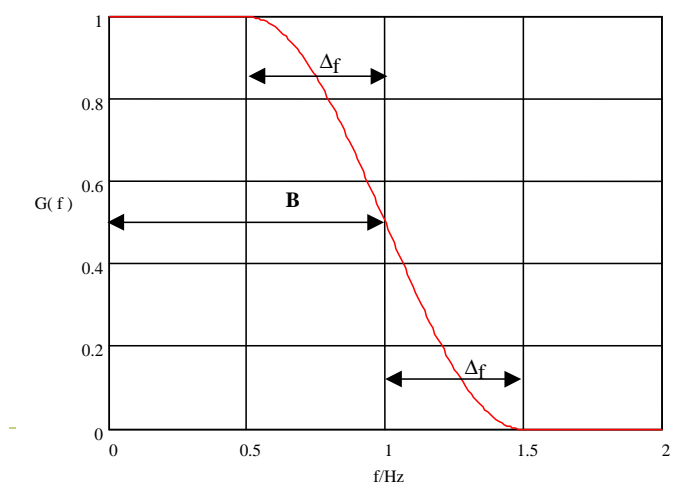


Abbildung 6-1: Amplitudengang des Raised-Cosine-Filters

In digitalen Modulationssystemen ist nach Nyquist

$$B = \frac{1}{2T_s} \quad T_s = \text{Symboldauer} \tag{6.2}$$

Damit kann geschrieben werden

$$G(f) = \begin{cases} 1 & 0 \leq f < \frac{(1-\alpha)}{T_s} \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi T_s}{\alpha} \left(f - \frac{1-\alpha}{2T_s} \right) \right] \right\} & \frac{(1-\alpha)}{T_s} \leq f \leq \frac{(1+\alpha)}{T_s} \\ 0 & \frac{(1+\alpha)}{T_s} < f \leq \infty \end{cases} \quad (6.3)$$

$$= \begin{cases} 1 & 0 \leq f < \frac{(1-\alpha)}{T_s} \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 - \sin \left[\frac{\pi T_s}{\alpha} \left(f - \frac{1}{T_s} \right) \right] \right\} & \frac{(1-\alpha)}{T_s} \leq f \leq \frac{(1+\alpha)}{T_s} \\ 0 & \frac{(1+\alpha)}{T_s} < f \leq \infty \end{cases}$$

Für die zugehörige Impulsantwort erhält man

$$g(t) = \left(\frac{\sin \frac{\pi t}{T_s}}{\frac{\pi t}{T_s}} \right) \cdot \left(\frac{\cos \frac{\pi \alpha t}{T_s}}{1 - \left(2\alpha \frac{t}{T_s} \right)^2} \right) \quad (6.4)$$

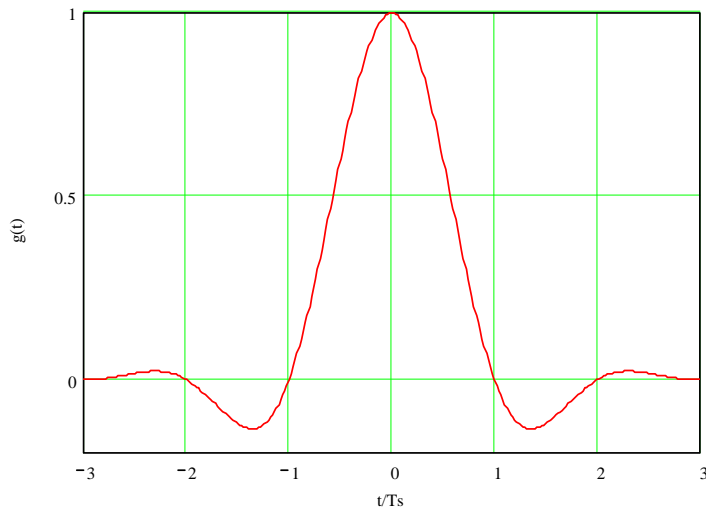


Abbildung 6-2: Impulsantwort des Raised-Cosine-Filters

Mit zunehmendem α wird

- Die Bandbreite grösser
- Die Amplitude von $g(t)$ im Bereich von $n \cdot T_s$ kleiner

Die Symbolrate die über ein solches Filter übertragen werden kann, ist

$$R_s = \frac{1}{T_s} = \frac{2B}{1+\alpha} \quad (6.5)$$

Für HF-Kanäle steht die doppelte Bandbreite zur Verfügung, so dass gilt

$$R_s = \frac{B_{\text{HF}}}{1+\alpha} \quad (6.6)$$

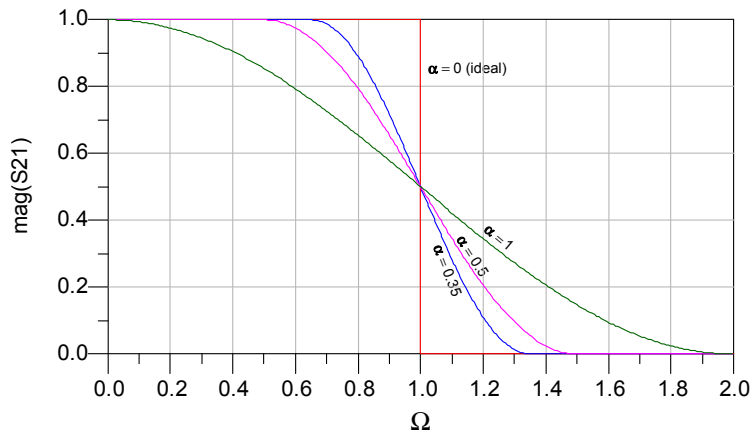


Abbildung 6-3: Amplitudengang des Raised-Cosine-Filters mit verschiedenen α

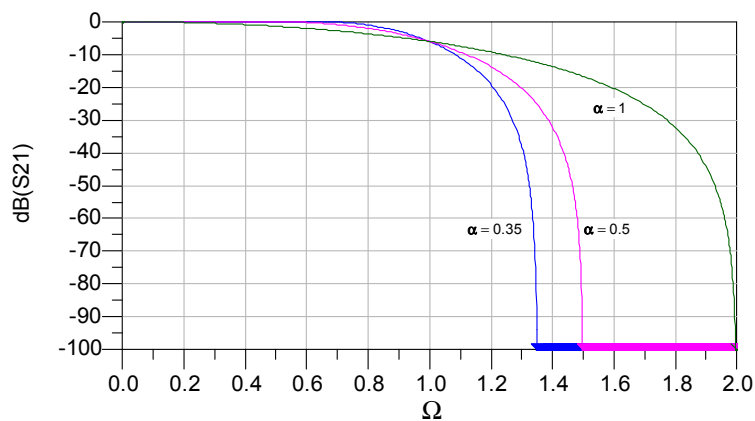


Abbildung 6-4: Log. Amplitudengang des Raised-Cosine-Filters mit verschiedenen α

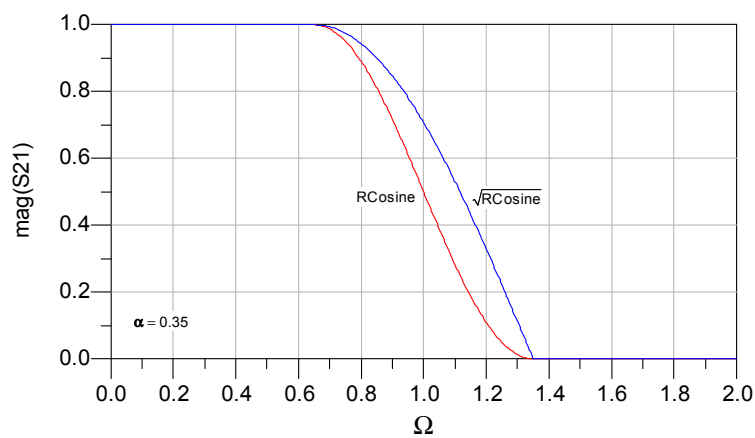


Abbildung 6-5: Amplitudengang des Raised-Cosine- und Root-Raised-Cosine-Filters

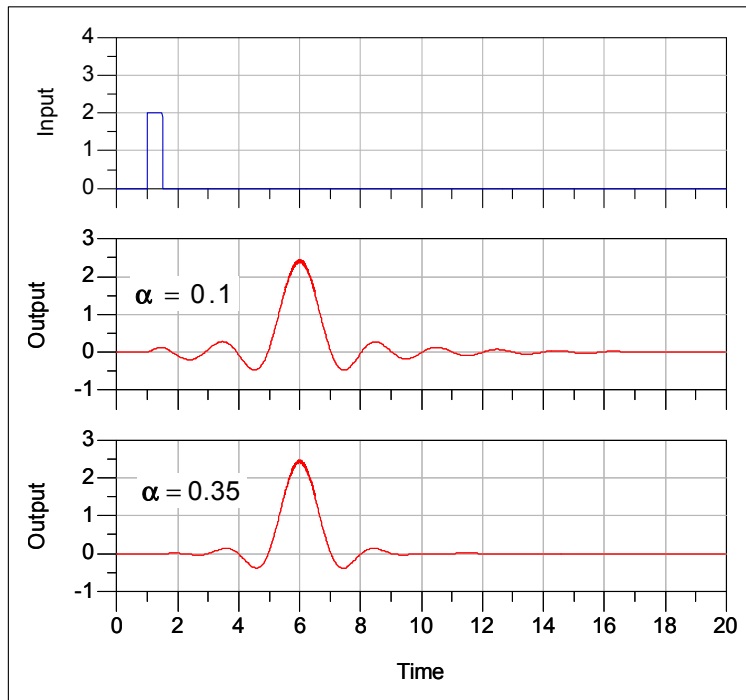


Abbildung 6-6: Impulsantwort des Raised-Cosine-Filters mit verschiedenen α

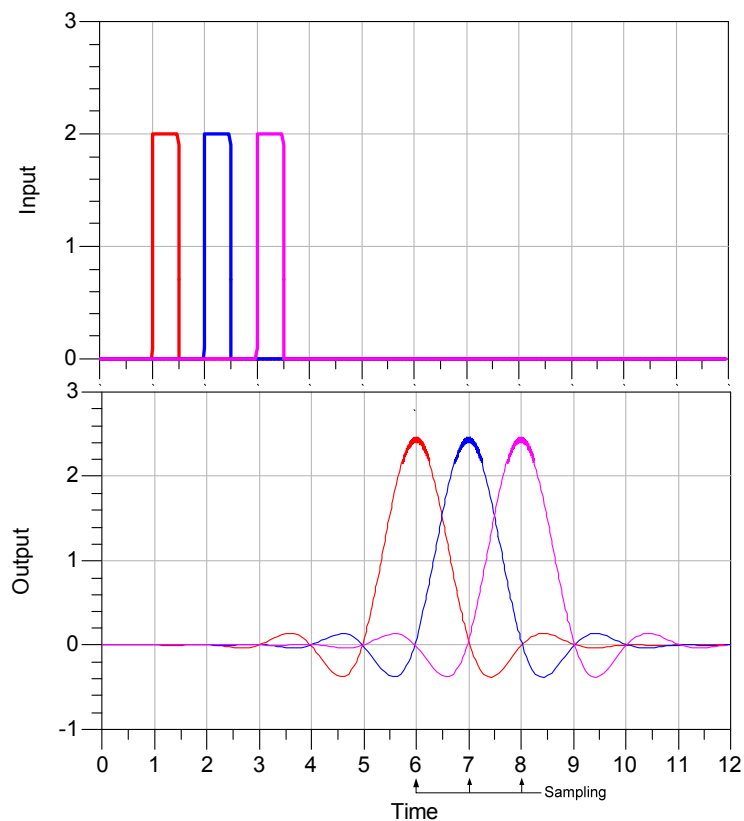


Abbildung 6-7: Impulsantwort des Raised-Cosine-Filters mit drei aufeinander folgenden Impulsen

7 Butterworth-Filter

(Allpole-Filter, Maximally Flat, Potenzfilter)

Haupteigenschaften:

Maximal flacher Dämpfungsverlauf im DB

Dämpfung im SB monoton steigend

Schlechte Flankensteilheit im ÜB

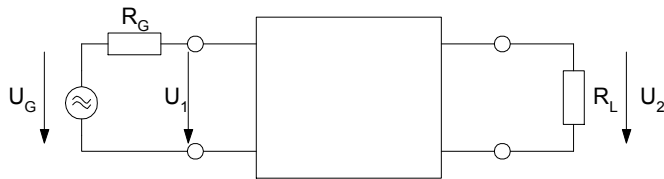


Abbildung 7-1: Beschalteter Zweitor

$$G(s) = \frac{u_2(s)}{u_1(s)} \quad H(s) = \frac{u_1(s)}{u_2(s)} = \frac{1}{G(s)} \quad (7.1)$$

$$|G(s)|^2 = G(s)G(-s) \quad |H(s)|^2 = H(s)H(-s) \quad (7.2)$$

Dämpfungsfunktion:

$$A(\omega) = 10 \log |H(j\omega)|^2 = 20 \log |H(j\omega)| = -20 \log |G(j\omega)| = -20 \log |S_{21}(j\omega)| \quad (7.3)$$

Tiefpass:

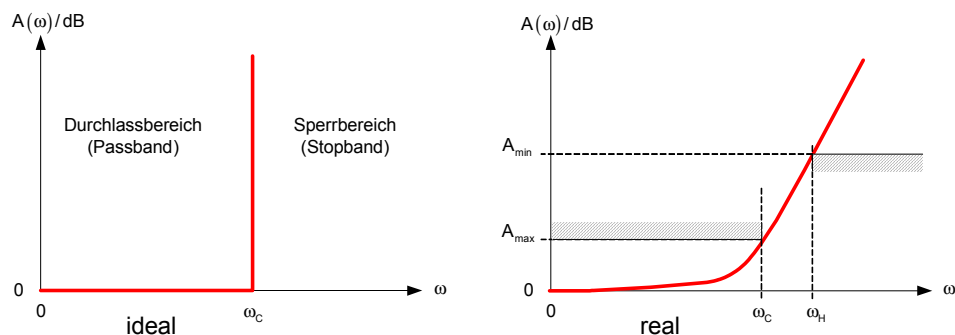


Abbildung 7-2: Dämpfungsfunktion des idealen und realen Tiefpasses

Der ideale Tiefpass:

Im Durchlassbereich soll gelten: $|H(j\omega)| = 1$ ($A = 0$ dB)

Im Sperrbereich soll gelten: $|H(j\omega)| = \infty$

Um die Konstante von 1 zu eliminieren, wird die sogenannte Charakteristische Funktion $K(s)$ eingeführt:

$$H(s)H(-s) = 1 + K(s)K(-s) \quad (7.4)$$

$$|H(j\omega)|^2 = 1 + |K(j\omega)|^2$$

Aus dieser Gleichung folgt, dass $H(s)$ und $K(s)$ das gleiche Nennerpolynom aufweisen müssen, d.h. beide Funktionen haben die gleichen Pole.

$$H(s) = \frac{m(s)}{N(s)} \quad (7.5)$$

$$K(s) = \frac{q(s)}{N(s)}$$

Die Dämpfungsfunktion ergibt sich zu

$$A(\omega) = 10 \log |H(j\omega)|^2 = 10 \log [1 + |K(j\omega)|^2] \quad (7.6)$$

Wenn $|H(j\omega)|^2 = \infty$ oder $|K(j\omega)|^2 = \infty \rightarrow A = \infty$

Aber nur wenn $|K(j\omega)|^2 = 0 \rightarrow A = 0$

Die Charakteristische Funktion ist also für die Beschreibung besser geeignet, weil die Konstante 1 nicht enthalten ist.

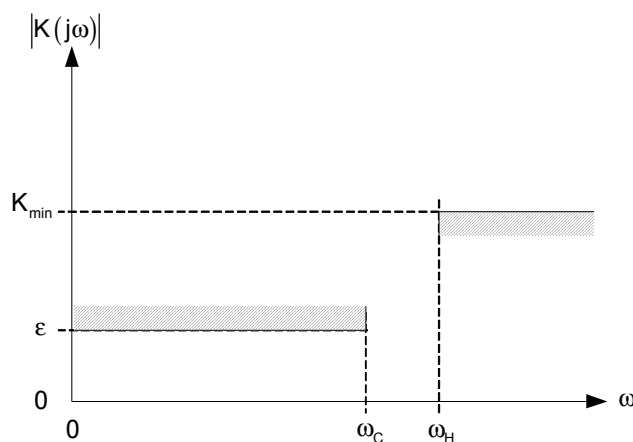


Abbildung 7-3: Approximation des Tiefpassverhaltens

Durchlassbereich: $A_{\max} = 10 \log(1 + \epsilon^2)$ (7.7)

Sperrbereich: $A_{\min} = 10 \log(1 + K_{\min}^2)$ (7.8)

Zur Approximation des Tiefpassverhaltens können Butterworth-Polynome $B_n(\omega)$, n-ter Ordnung verwendet werden.

Die Eigenschaften dieser Polynome sollen sein:

$B_n(\omega)$ ist ein Polynom n-ter Ordnung

$$B_n(0) = 0$$

$B_n(\omega)$ ist maximal flach im Ursprung

$$B_n(1) = 1$$

Eigenschaft 1): $B_n(\omega) = c_0 + c_1\omega + c_2\omega^2 + \dots + c_n\omega^n$

Eigenschaft 2): $c_0 = 0$

Eigenschaft 3): Bedeutet, dass im Ursprung so viele Ableitungen wie möglich Null sein sollen.

$$\frac{dB_n(\omega)}{d\omega} = c_1 + 2c_2\omega + 3c_3\omega^2 + \dots + nc_n\omega^{n-1}$$

Damit muss $c_1 = 0$ sein und für höhere Ableitungen entsprechend höhere Koeffizienten.

Daraus resultiert:

$$B_n(\omega) = c_n\omega^n$$

Eigenschaft 4): $c_n = 1$

Damit wird

$$B_n(\omega) = \omega^n$$

Mit

$$A(\omega) = 10 \log\left(1 + |K(j\omega)|^2\right)$$

$$K(j\omega) = \epsilon B_n\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = \epsilon \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^n$$

erhalten wir:

$$A(\omega) = 10 \log\left(1 + \epsilon^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}\right) \quad (7.9)$$

oder auf $\Omega = \frac{\omega}{\omega_c}$ normiert

$$A(\Omega) = 10 \log(1 + \epsilon^2 \Omega^{2n})$$

Diese Dämpfungsfunktion hat folgende Eigenschaften:

$$A(0) = 0$$

$$A(\omega_c) = 10 \log(1 + \epsilon^2) = A_{\max}$$

Mit dieser Gleichung finden wir

$$\epsilon^2 = 10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1$$

(7.10)

$$A(\omega_H) = 10 \log \left(1 + \epsilon^2 \left(\frac{\omega_H}{\omega_c} \right)^{2n} \right) = A_{\min}$$

(7.11)

Wird noch ϵ eingesetzt, erhält man nach n aufgelöst

$$n = \frac{\log \left[\left(10^{\frac{A_{\min}}{10}} - 1 \right) / \left(10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1 \right) \right]}{2 \log \left(\frac{\omega_H}{\omega_c} \right)}$$

(7.12)

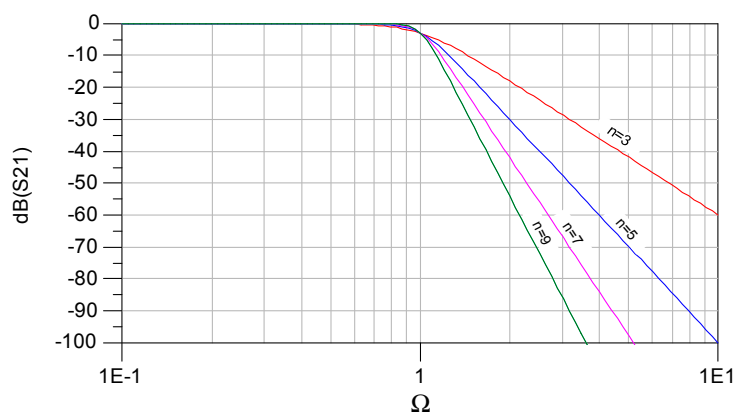


Abbildung 7-4: Amplitudengang des Butterworth-Filters mit verschiedenen n

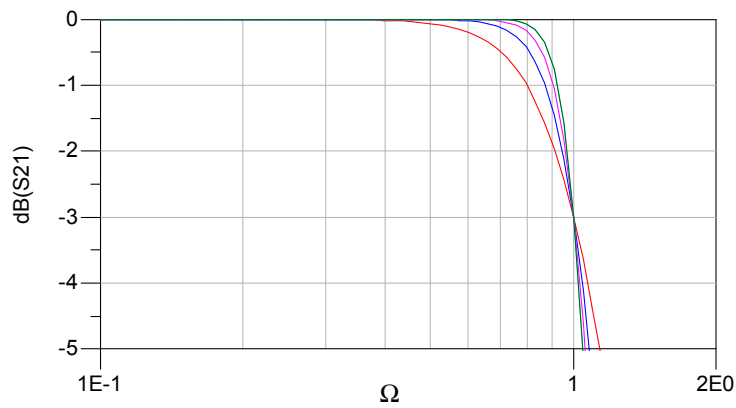


Abbildung 7-5: Amplitudengang des Butterworth-Filters im Durchlassbereich

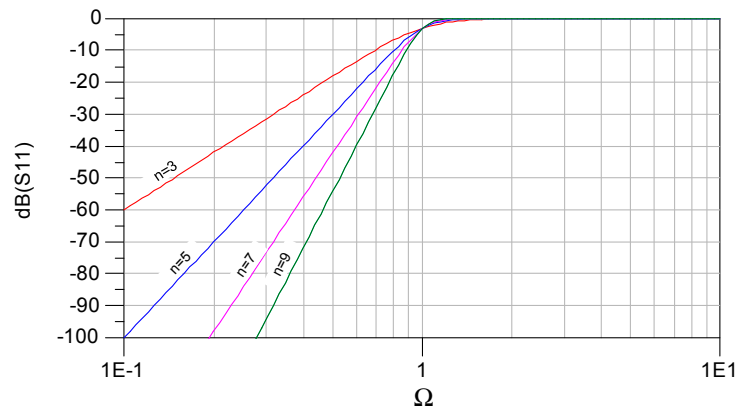


Abbildung 7-6: Rückflussdämpfung des Butterworth-Filters mit verschiedenen n

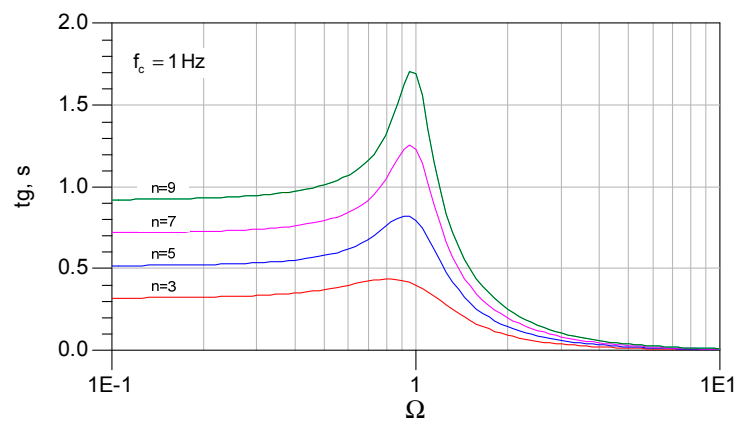


Abbildung 7-7: Gruppenlaufzeit des Butterworth-Filters mit verschiedenen n

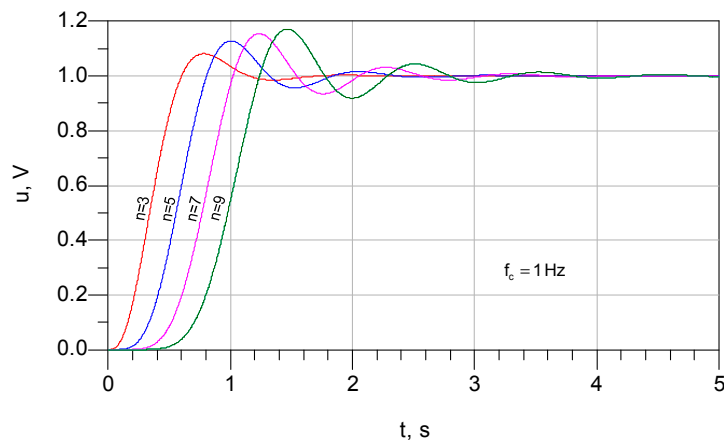


Abbildung 7-8: Sprungantwort des Butterworth-Filters mit verschiedenen n

7.1 Dimensionierung Butterworth:

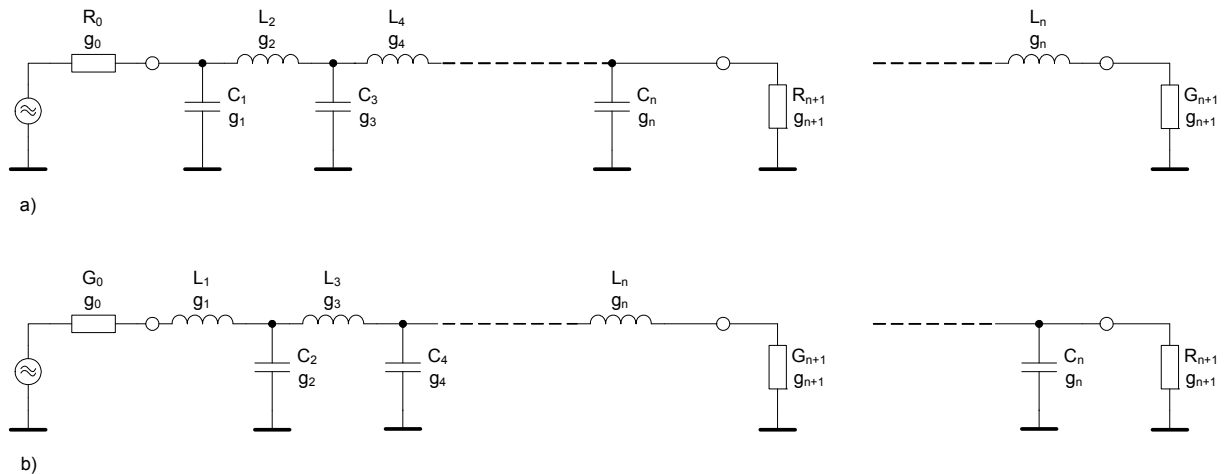


Abbildung 7-9: Tiefpassschaltung, a): erstes Element parallel, b): erstes Element serie

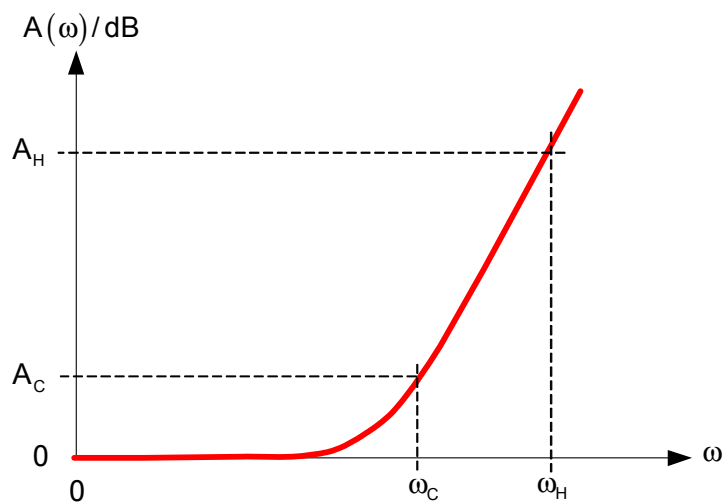


Abbildung 7-10: Dämpfungsfunktion des Butterworth-Filters

$$A(\omega) = 10 \log \left[1 + \epsilon^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2n} \right] \quad (7.13)$$

$$\epsilon^2 = 10^{\frac{A_c}{10}} - 1 \quad A_c = 3.01 \text{ dB} : \epsilon^2 = 1 \quad (7.14)$$

$$n = \frac{\log \left[\left(10^{\frac{A_H}{10}} - 1 \right) / \epsilon^2 \right]}{2 \log \left(\frac{\omega_H}{\omega_c} \right)} \quad (7.15)$$

Die Pole liegen auf dem Einheitskreis:

$$p_k = -\sin \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right] + j \cos \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right] \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (7.16)$$

Normierte Elementwerte:

$$\begin{aligned} g_0 &= 1 \\ g_k &= 2 \sin \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right] \quad k = 1, 2, \dots, n \\ g_{n+1} &= 1 \end{aligned} \quad (7.17)$$

Die Elementwerte sind normiert auf:

$$R'_0 = 1 \Omega \quad G' = 1 \text{ S} \quad \Omega' = 1 \quad (7.18)$$

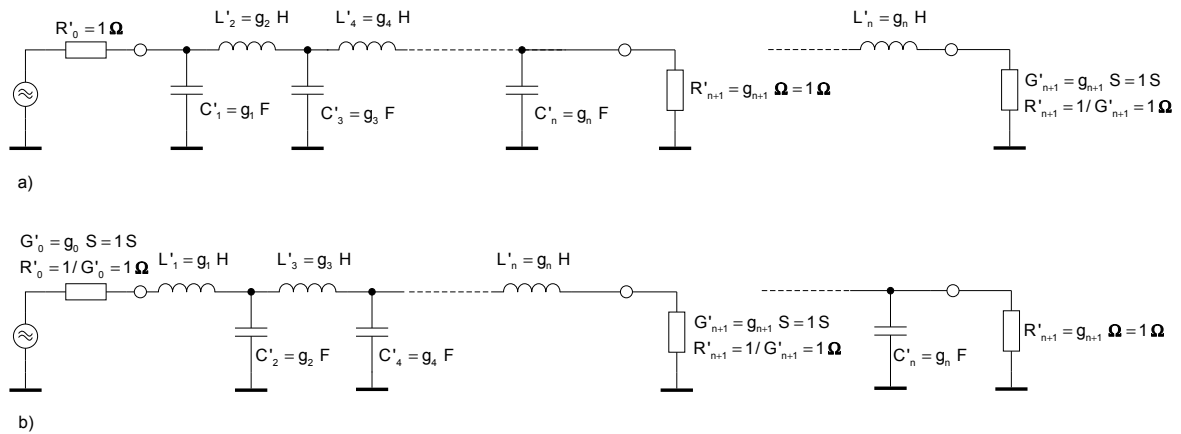


Abbildung 7-11: normierter Tiefpass, a): erstes Element parallel, b): erstes Element serie

Entnormierung:

$$R_k = g_k \left(\frac{R_0}{R'} \right) = g_k R_0$$

$$G_k = g_k \left(\frac{G_0}{G'} \right) = g_k G_0$$

$$L_k = g_k \left(\frac{R_0}{R'} \right) \left(\frac{\Omega'}{\omega_c} \right) = g_k R_0 \frac{1}{\omega_c}$$

$$C_k = g_k \left(\frac{R'}{R_0} \right) \left(\frac{\Omega'}{\omega_c} \right) = g_k \frac{1}{R_0 \omega_c}$$

(7.19)

n	g ₀	g ₁	g ₂	g ₃	g ₄	g ₅	g ₆	g ₇	g ₈	g ₉	g ₁₀	g ₁₁	g ₁₂
3	1	1	2	1	1								
4	1	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1							
5	1	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1						
6	1	0.5176	1.4142	1.9319	1.9319	1.4142	0.5176	1					
7	1	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.445	1				
8	1	0.3902	1.1111	1.6629	1.9616	1.9616	1.6629	1.1111	0.3902	1			
9	1	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473	1		
10	1	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9754	1.9754	1.7820	1.4142	0.9080	0.3129	1	
11	1	0.2846	0.8308	1.3097	1.6825	1.9190	2.0000	1.9190	1.6825	1.3097	0.8308	0.2846	1

Tabelle 7-1: Normierte Elementwerte für Butterworth-Filter

8 Chebyshev-Filter

Haupteigenschaften:

Welligkeit im DB

Gute Flankensteilheit im Übergang zum Sperrbereich

Dämpfung im SB monoton steigend

Eine Funktion $h(\omega)$ ist eine Chebyshev-Approximation von $f(\omega)$, wenn der Betrag des maximalen Fehlers minimiert ist.

Die Fehlerfunktion

$$e(\omega) = f(\omega) - h(\omega)$$

hat dann die Eigenschaft, dass sie zwischen einem Maximal- und Minimalwert oszilliert.

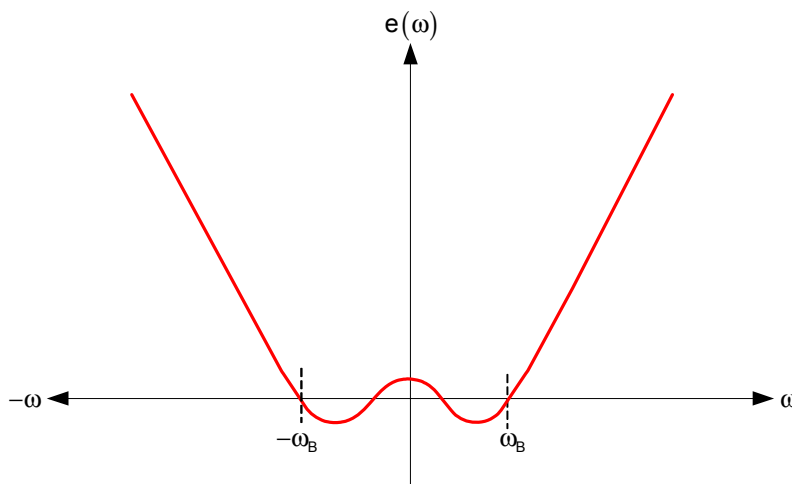


Abbildung 8-1: Fehlerfunktion

Für die Tiefpassapproximation soll im Durchlassbereich

$$-\omega_B \leq \omega \leq \omega_B$$

eine konstante Welligkeit erzielt werden.

Die Dämpfungsfunktion kann beschrieben werden als

$$A(\omega) = 10 \log \left(1 + |K(j\omega)|^2 \right) = 10 \log \left[1 + \epsilon^2 T_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_B} \right) \right] \quad (8.1)$$

$$|K(j\omega)|^2 = \epsilon^2 T_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_B} \right) \quad (8.2)$$

Dabei ist $T_n\left(\frac{\omega}{\omega_B}\right) = T_n(x)$ die Funktion eines Chebyshev-Polynoms n-ter Ordnung.

Die Eigenschaften von $T_n(x)$ müssen sein:

$T_n(x)$ ist gerade (ungerade), wenn n gerade (ungerade)

$T_n(x)$ hat alle Nullstellen im Bereich $-1 < x < 1$

$T_n(x)$ oszilliert zwischen ± 1 im Bereich $-1 \leq x \leq 1$

$T_n(1) = +1$

Die Funktion

$$T_n(x) = \cos(n \cos^{-1} x) \quad (8.3)$$

erfüllt diese Bedingungen.

Wir finden

$$T_0(x) = 1$$

$$T_1(x) = x$$

Die Funktionen höherer Ordnungen können mit einer rekursiven Beziehung bestimmt werden:

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \quad (8.4)$$

Damit erhalten wir:

$$T_2(x) = 2x^2 - 1$$

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x$$

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$$

$$T_5(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x$$

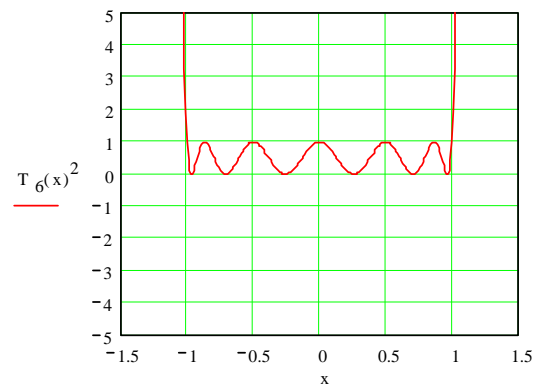
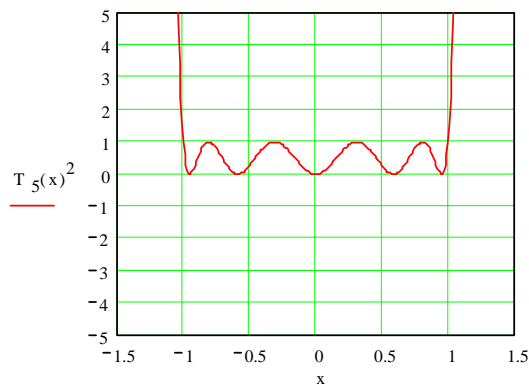
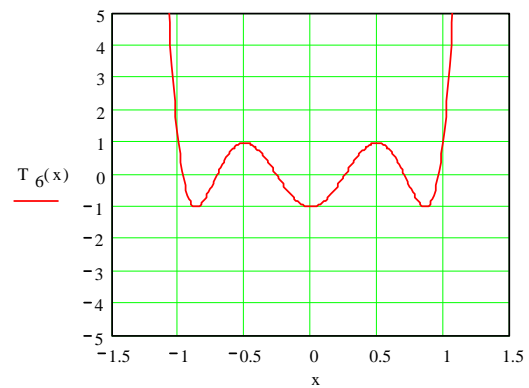
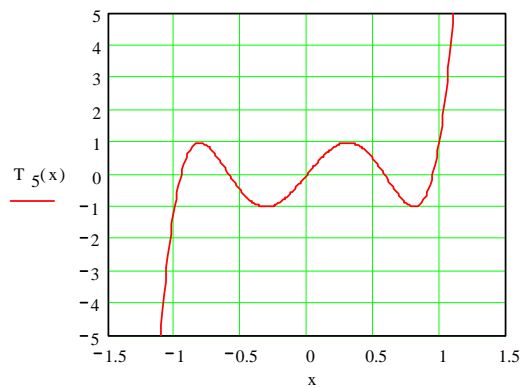
$$T_6(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$$

$$T_7(x) = 64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x$$

(8.5)

Beispiel 8–1: Darstellung von Chebyshev Funktionen

Stelle $T_2(x)$ bis $T_6(x)$ und $T_2^2(x)$ bis $T_6^2(x)$ für den Bereich $-1.5 \leq x \leq +1.5$ dar und diskutiere die Eigenschaften.



$T_n(x)$ für $x > 1$:

$\cos^{-1}(x)$ wird imaginär

da $\cos^{-1}(x) = j \cosh^{-1}(x)$ und $\cos(jx) = \cosh(x)$ gilt:

$$\begin{aligned} T_n(x) &= \cos(n \cos^{-1}(x)) \\ &= \cos(nj \cosh^{-1}(x)) \\ &= \cosh(n \cosh^{-1}(x)) \end{aligned}$$

$$T_n(x) = \begin{cases} \cos(n \cos^{-1}(x)) & -1 \leq x \leq 1 \\ \cosh(n \cosh^{-1}(x)) & -1 > x > 1 \end{cases}$$

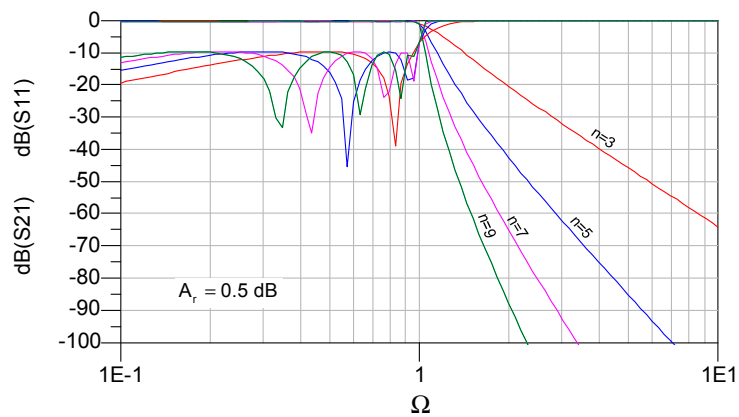


Abbildung 8-2: Amplitudengang und Rückflussdämpfung des Chebyshev-Filters mit verschiedenen n

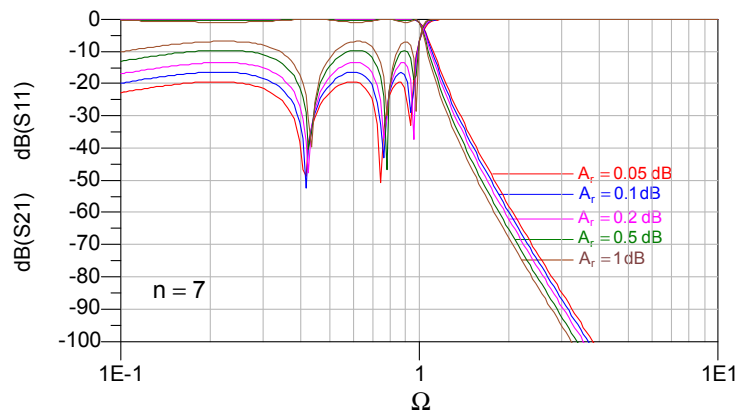


Abbildung 8-3: Amplitudengang und Rückflussdämpfung des Chebyshev-Filters mit verschiedenen A_r

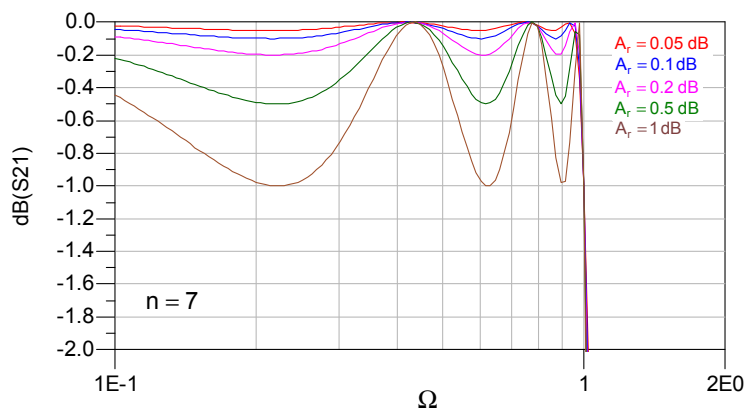


Abbildung 8-4: Amplitudengang des Chebyshev-Filters im Durchlassbereich, mit verschiedenen A_r

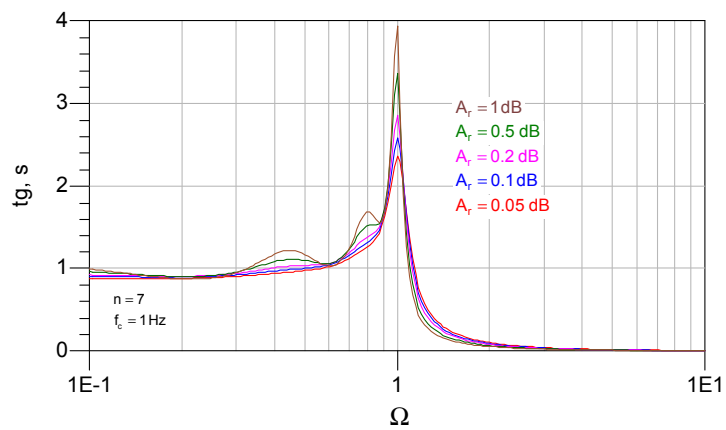


Abbildung 8-5: Gruppenlaufzeit des Chebyshev-Filters mit verschiedenen A_r

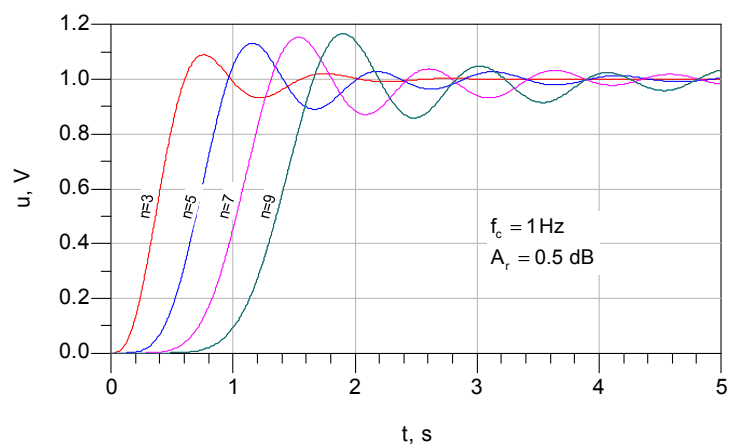


Abbildung 8-6: Sprungantwort des Chebyshev-Filters mit verschiedenen n

8.1 Dimensionierung Chebyshev:

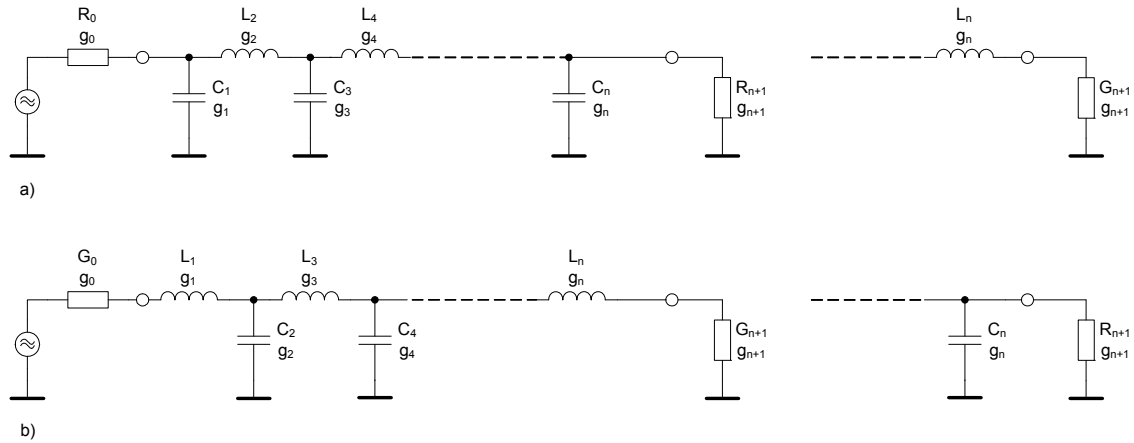


Abbildung 8-7: Tiefpassschaltung, a): erstes Element parallel, b): erstes Element serie

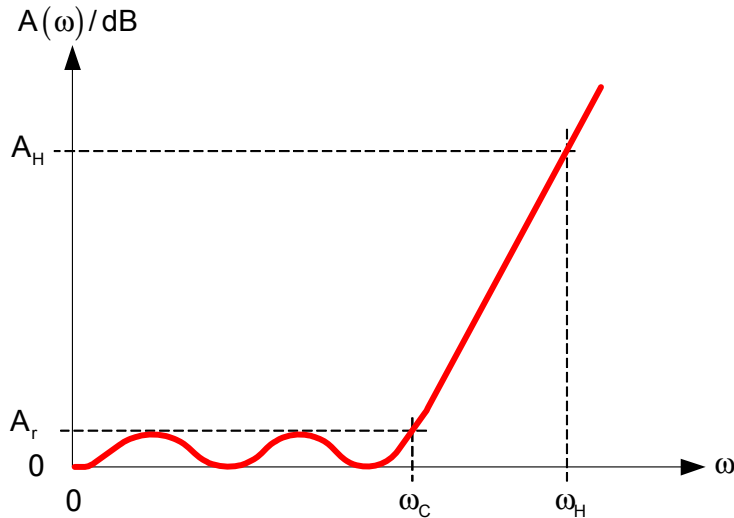


Abbildung 8-8: Dämpfungsfunktion des Chebyshev-Filters

$$\epsilon^2 = 10^{\frac{A_r}{10}} - 1 \quad (8.6)$$

Durchlassbereich:

$$A(\omega) = 10 \log \left\{ 1 + \epsilon^2 \cos^2 \left[n \cdot \cos^{-1} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \right] \right\} \quad \omega \leq \omega_c \quad (8.7)$$

$$RL_{\min} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 - 10^{\frac{-A_r}{10}}}} = 10 \log \frac{1}{1 - 10^{\frac{-A_r}{10}}} \quad A_r = -10 \log \left(1 - \frac{1}{10^{\frac{RL_{\min}}{10}}} \right) = 10 \log(\epsilon^2 + 1) \quad (8.8)$$

$$RL = \text{Returnloss (Rückflusdämpfung)} = -20 \log |S_{11}|$$

Sperrbereich:

$$A(\omega) = 10 \log \left\{ 1 + \epsilon^2 \cosh^2 \left[n \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \right] \right\} \quad \omega \geq \omega_c \quad (8.9)$$

$$n = \frac{\cosh^{-1} \sqrt{\frac{10^{\frac{A_H}{10}} - 1}{\epsilon^2}}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\omega_H}{\omega_c} \right)} \quad (8.10)$$

$$\omega_{3dB} = \omega_c \cosh \left(\frac{\cosh^{-1} \left(\frac{1}{\epsilon} \right)}{n} \right) \quad (8.11)$$

Eigenschaften:

n gerade:

n/2 Frequenzen mit A = 0

$$R_{n+1} \neq R_0$$

$$G_{n+1} \neq G_0$$

n ungerade:

(n+1)/2 Frequenzen mit A = 0

$$R_{n+1} = R_0$$

$$G_{n+1} = G_0$$

Normierte Elementwerte:

$$g_0 = 1$$

$$g_1 = \frac{2a_1}{q} \quad (8.12)$$

$$g_k = \frac{4a_{k-1} \cdot a_k}{b_{k-1} \cdot g_{k-1}} \quad k = 2, 3, \dots, n$$

$$g_{n+1} = \begin{cases} 1 & n \text{ ungerade} \\ \coth^2 \left(\frac{m}{4} \right) & n \text{ gerade} \end{cases}$$

$$m = \ln \left(\coth \frac{A_r}{40 \cdot \log e} \right) = \ln \left(\coth \frac{A_r}{17.372} \right) \quad (8.13)$$

$$q = \sinh \frac{m}{2n} = \sinh \frac{\ln \left(\coth \frac{A_r}{40 \cdot \log e} \right)}{2n} = \sinh \left(\frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon} \right)$$

$$a_k = \sin \frac{(2k-1)\pi}{2n} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (8.14)$$

$$b_k = q^2 + \sin^2 \frac{k\pi}{n}$$

Die Elementwerte sind normiert auf:

$$R'_0 = 1\Omega \quad G'_0 = 1S \quad \Omega' = 1 \quad (8.15)$$

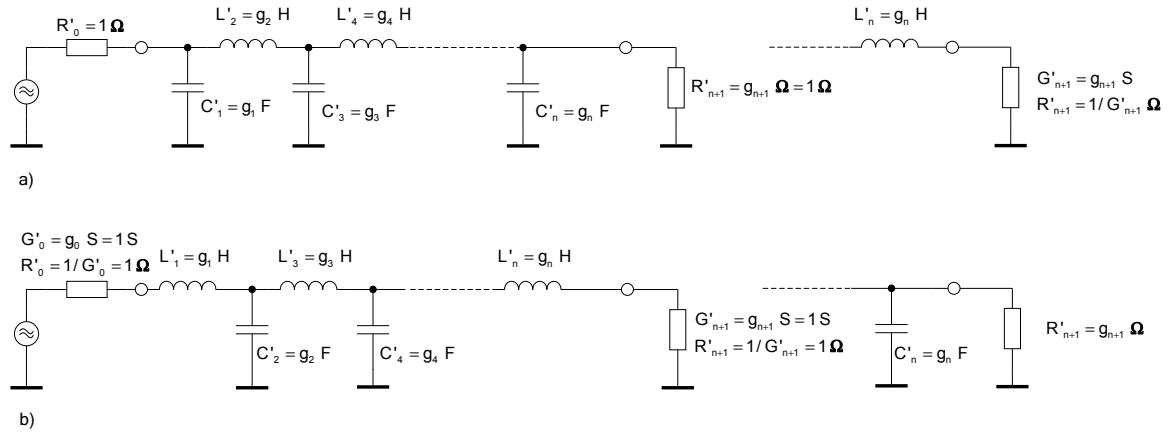


Abbildung 8-9: normierter Tiefpass, a): erstes Element parallel, b): erstes Element serie

Entnormierung:

$$\begin{aligned} R_k &= g_k \left(\frac{R_0}{R'} \right) = g_k R_0 \\ G_k &= g_k \left(\frac{G_0}{G'} \right) = g_k G_0 \\ L_k &= g_k \left(\frac{R_0}{R'} \right) \left(\frac{\Omega'}{\omega_c} \right) = g_k R_0 \frac{1}{\omega_c} \\ C_k &= g_k \left(\frac{R'}{R_0} \right) \left(\frac{\Omega'}{\omega_c} \right) = g_k \frac{1}{R_0 \omega_c} \end{aligned} \quad (8.16)$$

Die Pole liegen auf einer Ellipse:

$$\begin{aligned} p_k &= -\sin \frac{(2k-1)\pi}{2n} \cdot \sinh P + j \cos \frac{(2k-1)\pi}{2n} \cdot \cosh P \\ P &= \frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon} \quad k = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (8.17)$$

n	g ₀	g ₁	g ₂	g ₃	g ₄	g ₅	g ₆	g ₇	g ₈	g ₉	g ₁₀	g ₁₁	g ₁₂
3	1	1.5963	1.0967	1.5963	1								
4	1	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841							
5	1	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1						
6	1	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841					
7	1	1.7373	1.2582	2.6383	1.3443	2.6383	1.2582	1.7373	1				
8	1	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841			
9	1	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1		
10	1	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	2.5239	0.8842	1.9841	
11	1	1.7571	1.2743	2.6808	1.3760	2.7487	1.3880	2.7487	1.3760	2.6808	1.2743	1.7571	1

Tabelle 8-1: Normierte Elementwerte für Chebyshev-Filter mit $a_r = 0.5$ dB ($RL_{\min} = 9.6$ dB)

n	g ₀	g ₁	g ₂	g ₃	g ₄	g ₅	g ₆	g ₇	g ₈	g ₉	g ₁₀	g ₁₁	g ₁₂
3	1	1.0316	1.1474	1.0316	1								
4	1	1.1088	1.3062	1.7704	0.8181	1.3554							
5	1	1.1468	1.3712	1.9750	1.3712	1.1468	1						
6	1	1.1681	1.4040	2.0562	1.5171	1.9029	0.8618	1.3554					
7	1	1.1812	1.4228	2.0967	1.5734	2.0967	1.4228	1.1812	1				
8	1	1.1898	1.4347	2.1199	1.6010	2.1699	1.5641	1.9445	0.8778	1.3554			
9	1	1.1957	1.4426	2.1346	1.6167	2.2054	1.6167	2.1346	1.4426	1.1957	1		
10	1	1.1999	1.4482	2.1444	1.6266	2.2253	1.6419	2.2046	1.5822	1.9628	0.8853	1.3554	
11	1	1.2031	1.4523	2.1514	1.6332	2.2378	1.6559	2.2378	1.6332	2.1514	1.4523	1.2031	1

Tabelle 8-2: Normierte Elementwerte für Chebyshev-Filter mit $a_r = 0.1$ dB ($RL_{\min} = 16.4$ dB)

n	g ₀	g ₁	g ₂	g ₃	g ₄	g ₅	g ₆	g ₇	g ₈	g ₉	g ₁₀	g ₁₁	g ₁₂
3	1	0.8794	1.1132	0.8794	1								
4	1	0.9588	1.2970	1.6078	0.7734	1.2396							
5	1	0.9984	1.3745	1.8283	1.3745	0.9984	1						
6	1	1.0208	1.4141	1.9183	1.5475	1.7529	0.8235	1.2396					
7	1	1.0346	1.4369	1.9637	1.6162	1.9637	1.4369	1.0346	1				
8	1	1.0436	1.4514	1.9899	1.6503	2.0457	1.6053	1.7992	0.8419	1.2396			
9	1	1.0499	1.4611	2.0065	1.6698	2.0858	1.6698	2.0065	1.4611	1.0499	1		
10	1	1.0544	1.4679	2.0177	1.6820	2.1085	1.7009	2.0851	1.6277	1.8197	0.8506	1.2396	
11	1	1.0578	1.4729	2.0257	1.6903	2.1227	1.7184	2.1227	1.6903	2.0257	1.4729	1.0578	1

Tabelle 8-3: Normierte Elementwerte für Chebyshev-Filter mit $a_r = 0.05$ dB ($RL_{\min} = 19.4$ dB)

9 Filtervergleich

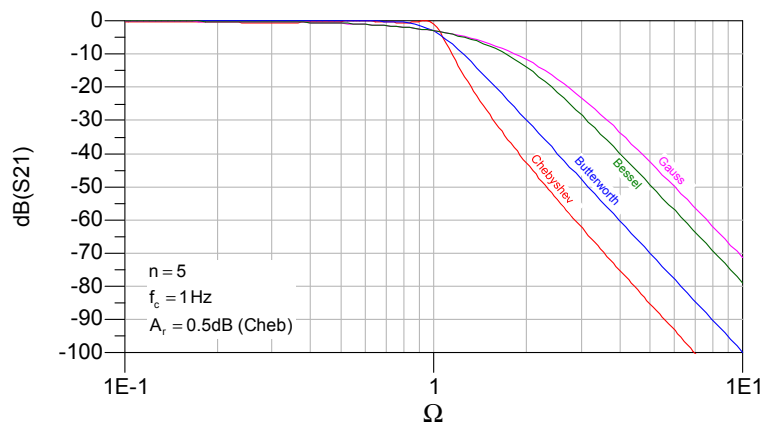


Abbildung 9-1: Vergleich des Amplitudengangs verschiedener Filter

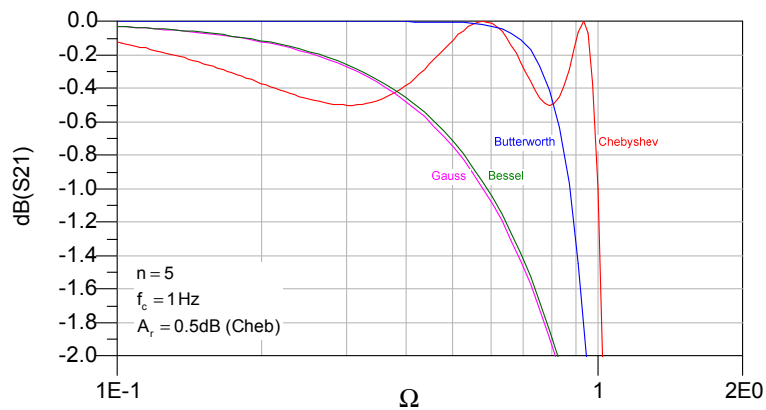


Abbildung 9-2: Vergleich des Amplitudengangs im Durchlassbereich

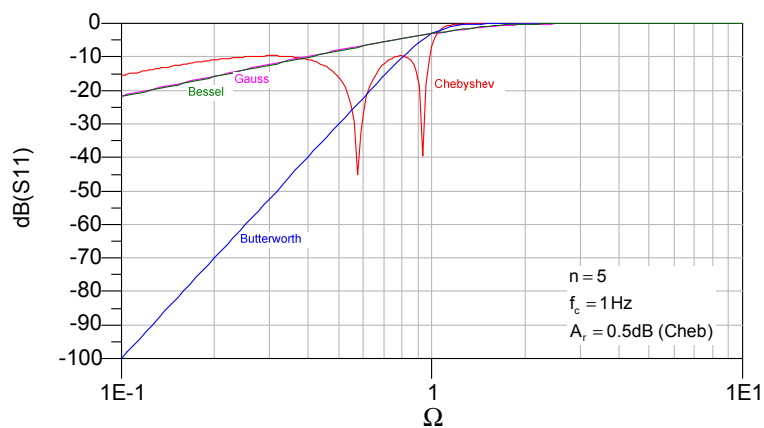


Abbildung 9-3: Vergleich der Rückflussdämpfung verschiedener Filter

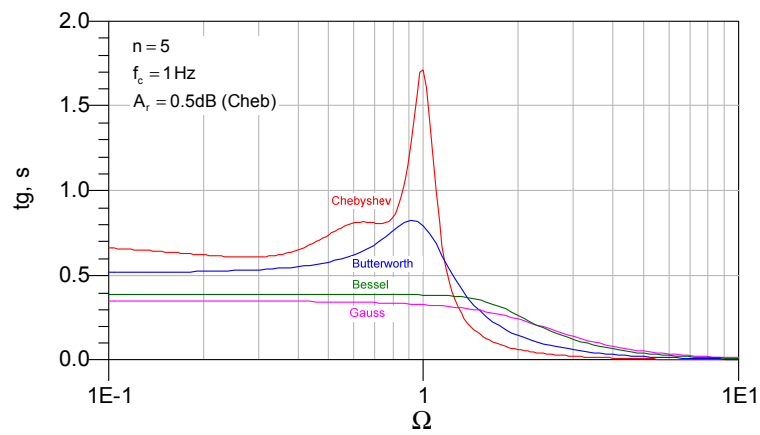


Abbildung 9-4: Vergleich der Gruppenlaufzeit verschiedener Filter

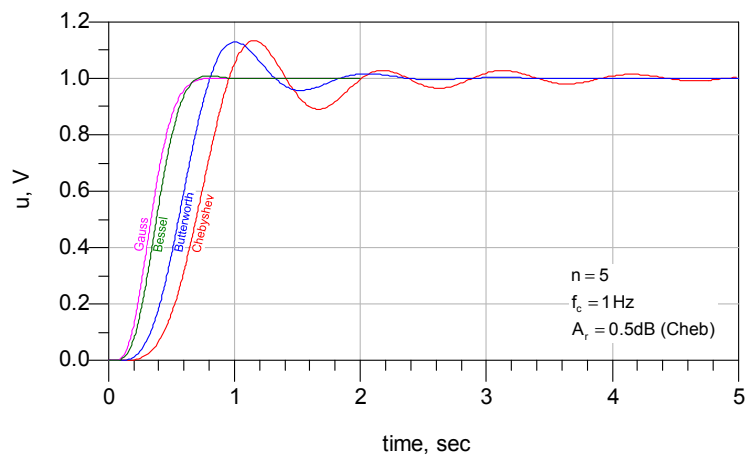


Abbildung 9-5: Vergleich der Sprungantwort verschiedener Filter

10 Skalierung, Transformationen

10.1 Impedanz

Alle Impedanzen mit gleichem Faktor multiplizieren.

$$R_0 \cdot a = Z_{\text{El } k} \cdot a = j\omega L_k a = a \frac{1}{j\omega C_k} \quad (10.1)$$

$$L_b = \frac{R_b}{R_a} L_a \quad C_b = \frac{R_a}{R_b} C_a \quad (10.2)$$

10.2 Frequenz

Alle Elementimpedanzen müssen bei verschiedenen Grenzfrequenzen konstant bleiben.

$$\omega_{c_a} L_a = \omega_{c_b} L_b \quad \omega_{c_a} C_a = \omega_{c_b} C_b \quad (10.3)$$

$$L_b = L_a \frac{\omega_{c_a}}{\omega_{c_b}} \quad C_b = C_a \frac{\omega_{c_a}}{\omega_{c_b}} \quad (10.4)$$

Frequenz- und Impedanztransformation kombiniert:

$$L_b = L_a \frac{R_b}{R_a} \frac{\omega_{c_a}}{\omega_{c_b}} \quad C_b = C_a \frac{R_a}{R_b} \frac{\omega_{c_a}}{\omega_{c_b}} \quad (10.5)$$

10.3 Tiefpass - Hochpass-Transformation

$$s_{HP} = \frac{1}{s_{TP}} \quad (10.6)$$

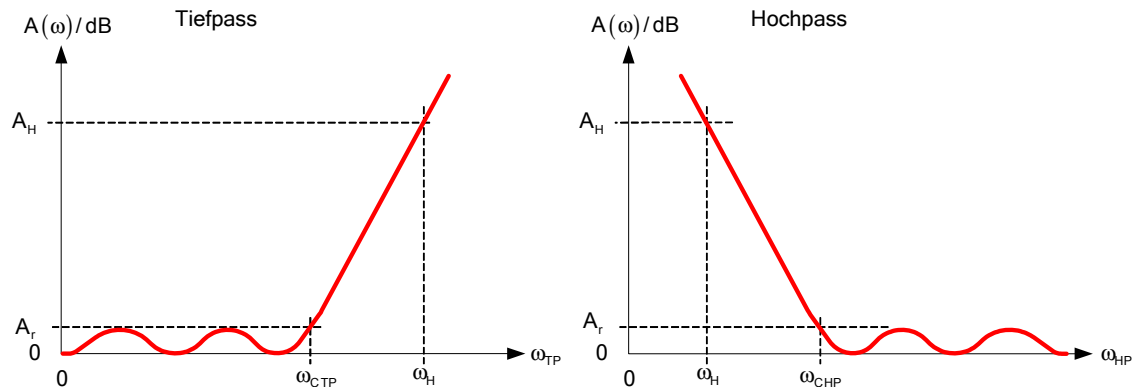


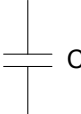
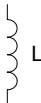


Abbildung 10-1: Tiefpass-Hochpass Transformation

$$\omega_{c_{TP}} = \omega_{c_{HP}} \quad (10.7)$$

$$\omega_{TP} = -\frac{\omega_{c_{TP}} \cdot \omega_{c_{HP}}}{\omega_{HP}} = -\frac{\omega_{c_{HP}}^2}{\omega_{HP}}$$

Tiefpass	Hochpass
$R_k = g_k \cdot R_0$	$R_k = g_k \cdot R_0$
L  $L_{k_{TP}} = g_k \cdot R_0 \frac{1}{\omega_{c_{TP}}}$	C  $C_{k_{HP}} = \frac{1}{\omega_{c_{TP}} \omega_{c_{HP}} L_{k_{TP}}} = \frac{1}{\omega_{c_{HP}} R_0 \cdot g_k}$
 C $C_{k_{TP}} = g_k \frac{1}{R_0 \cdot \omega_{c_{TP}}}$	 L $L_{k_{HP}} = \frac{1}{\omega_{c_{TP}} \omega_{c_{HP}} C_{k_{TP}}} = \frac{R_0}{\omega_{c_{HP}} \cdot g_k}$
Berechnung von A, n: $\frac{\omega_{TP}}{\omega_{c_{TP}}}$	 $\frac{\omega_{c_{HP}}}{\omega_{HP}}$

10.4 Tiefpass - Bandpass-Transformation

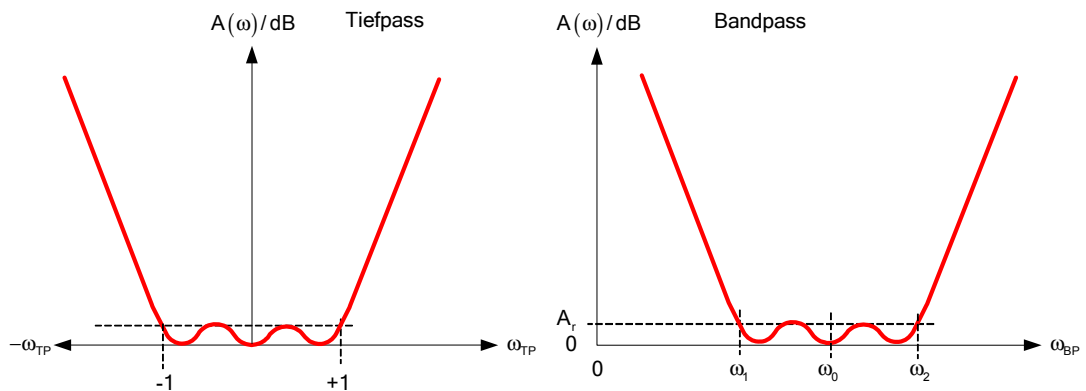


Abbildung 10-2: Tiefpass-Bandpass Transformation

ω_{TP}	ω_{BP}
$-\infty$	0
-1	ω_1
0	ω_0
+1	ω_2
$+\infty$	$+\infty$

$$s_{TP} = k \left(s_{BP} + \frac{1}{s_{BP}} \right) \quad (10.8)$$

$$\frac{\omega_{TP}}{\omega_{c\ TP}} = k \left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{BP}} \right)$$

$$-1 = k \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \quad (10.9)$$

$$+1 = k \left(\frac{\omega_2}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_2} \right)$$

Die Lösung dieser Gleichungen:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad k = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{1}{w} \quad w = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{B}{\omega_0} \quad (10.10)$$

w = Normierte Bandbreite, Fractional Bandwidth

Aus obigen Gleichungen:

$$\frac{\omega_{TP}}{\omega_{c\ TP}} = \frac{1}{w} \left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{BP}} \right) \quad (10.11)$$

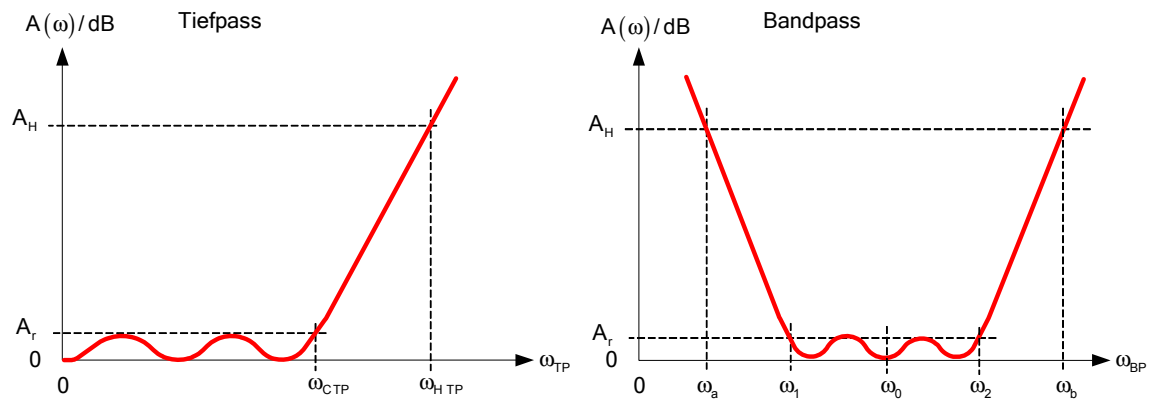


Abbildung 10-3: Tiefpass-Bandpass Transformation

$$\frac{\omega_{TP}}{\omega_{CTP}} = \frac{1}{w} \left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{BP}} \right) \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} \quad w = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \quad (10.12)$$


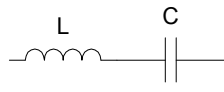
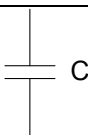
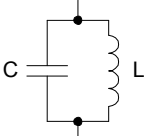
Tiefpass	Bandpass
$R_k = g_k \cdot R_0$	$R_k = g_k \cdot R_0$
 $L_{k_{TP}} = g_k \cdot R_0 \frac{1}{\omega_{CTP}}$	 $C_{k_{BP}} = \frac{w}{\omega_0 \cdot R_0 \cdot g_k} \quad L_{k_{BP}} = \frac{R_0 \cdot g_k}{\omega_0 \cdot w}$
 $C_{k_{TP}} = g_k \frac{1}{R_0 \cdot \omega_{CTP}}$	 $C_{k_{BP}} = \frac{g_k}{\omega_0 \cdot w \cdot R_0} \quad L_{k_{BP}} = \frac{w \cdot R_0}{\omega_0 \cdot g_k}$
Berechnung von n:	$\frac{1}{w} \left \left(\frac{\omega_b}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_b} \right) \right = \frac{1}{w} \left \left(\frac{\omega_a}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_a} \right) \right $
Berechnung von A:	$\frac{1}{w} \left \left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{BP}} \right) \right $

Tabelle 10-1: Tiefpass-Bandpass Transformation

10.5 Tiefpass - Bandstop-Transformation

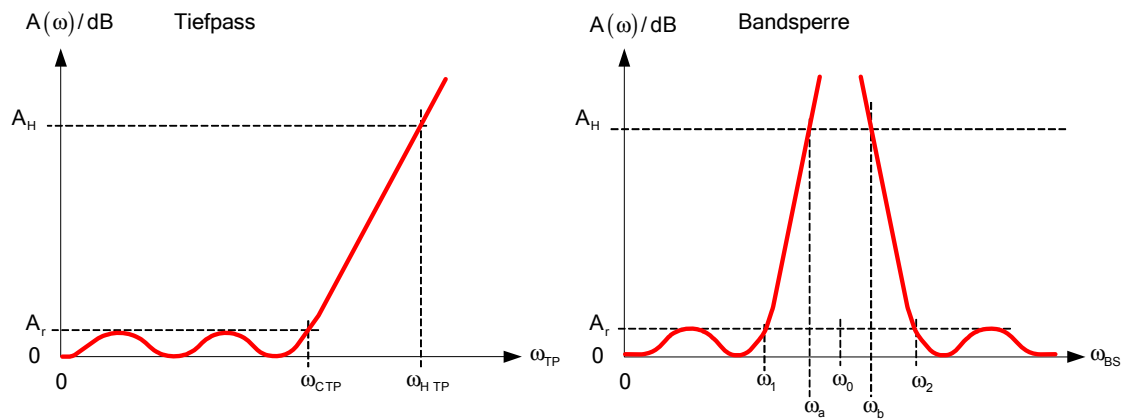


Abbildung 10-4: Tiefpass-Bandstop Transformation

$$s_{TP} = \frac{1}{k \left(s_{BS} + \frac{1}{s_{BS}} \right)} \quad \frac{\omega_{TP}}{\omega_{CTP}} = \frac{W}{\frac{\omega_{BS}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{BS}}} \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} \quad W = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \quad (10.13)$$


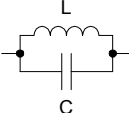
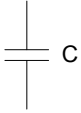
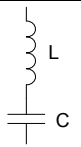
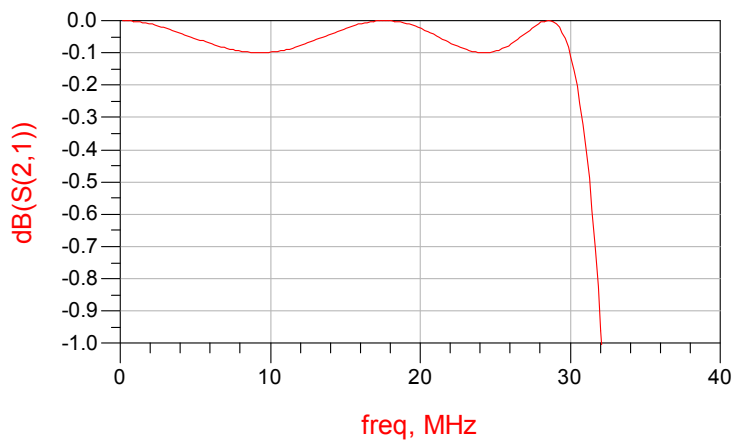
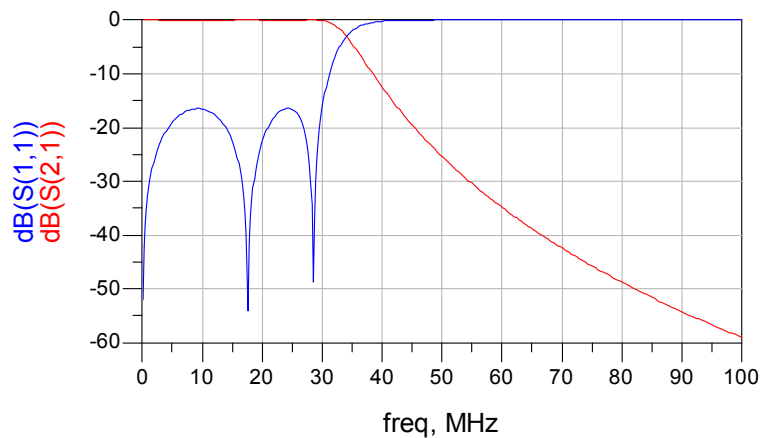
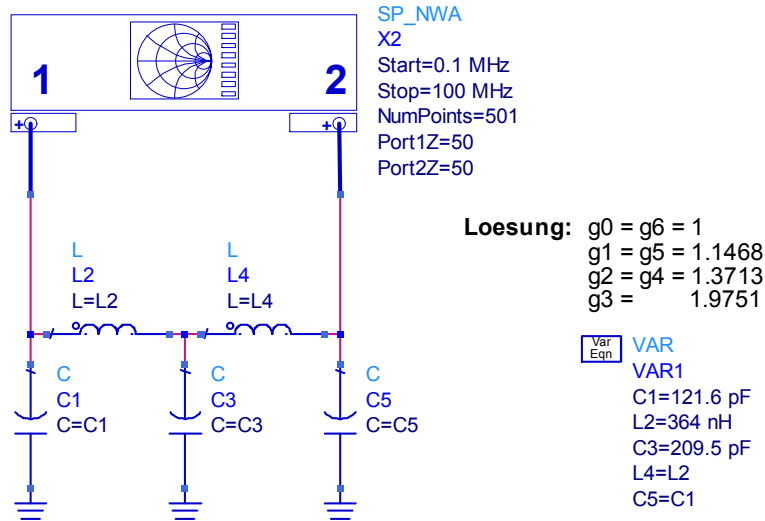
Tiefpass	Bandstop
$R_k = g_k \cdot R_0$	$R_k = g_k \cdot R_0$
 $L_{kTP} = g_k \cdot R_0 \cdot \frac{1}{\omega_{CTP}}$	 $C_{kBS} = \frac{1}{W \cdot \omega_0 \cdot R_0 \cdot g_k} \quad L_{kBS} = \frac{W \cdot R_0 \cdot g_k}{\omega_0}$
 $C_{kTP} = g_k \cdot \frac{1}{R_0 \cdot \omega_{CTP}}$	 $C_{kBS} = \frac{W \cdot g_k}{\omega_0 \cdot R_0} \quad L_{kBS} = \frac{R_0}{W \cdot \omega_0 \cdot g_k}$
Berechnung von n:	$\frac{W}{\left(\frac{\omega_b - \omega_0}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_b} \right)} = \frac{W}{\left(\frac{\omega_a - \omega_0}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_a} \right)}$
Berechnung von A:	$\frac{W}{\left(\frac{\omega_{BS} - \omega_0}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{BS}} \right)}$

Tabelle 10-2: Tiefpass-Bandstop Transformation

Beispiel 10–1: Chebyshev Tiefpass

Tiefpass mit folgenden Eigenschaften:

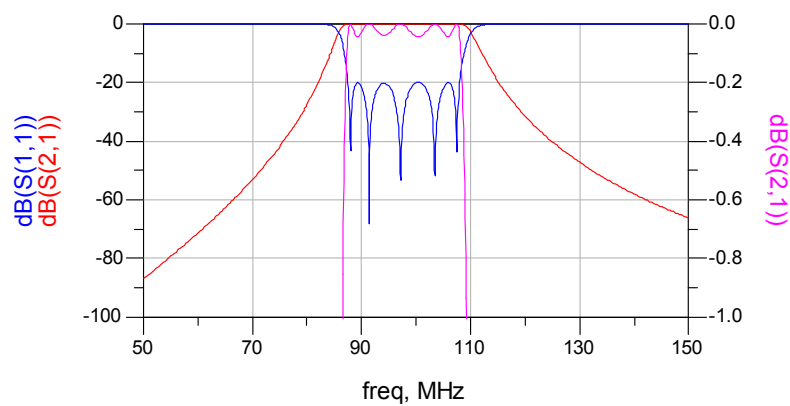
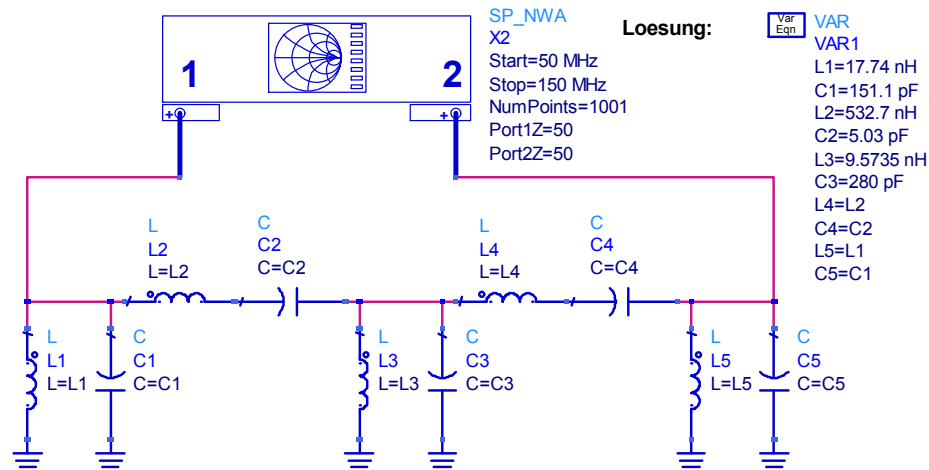
Chebyshev, $Z_0 = 50 \, \Omega$, $n = 5$, $A_r = 0.1 \, \text{dB}$, $f_g = 30 \, \text{MHz}$



Beispiel 10–2: Chebyshev Bandpass

Bandpass mit folgenden Eigenschaften:

Chebyshev, $n = 5$, $Z_0 = 50 \, \Omega$, $RL_{\min} = 20 \, \text{dB}$, $f_1 = 87.5 \, \text{MHz}$, $f_2 = 108 \, \text{MHz}$



11 Netzwerktransformationen

Die in den vorangehenden Kapiteln beschriebenen Methoden zur Filtersynthese führen vielfach zu Strukturen oder Elementwerte die nicht erwünscht oder kaum realisierbar sind. Durch Anwendung von Netzwerktransformationen können diese Nachteile meist behoben werden. Zudem hilft die Netzwerktransformation in der Realisation von Filtern mit verteilten Elementen (Leitungselemente). Zwei spezielle Transformationen mit Leitungselementen sind die Kuroda Identitäten und die Richard-Transformation. Diese werden im Kapitel 12.1 und 12.2 besprochen.

11.1 Norton-Transformationen

Lastimpedanzanpassung und Aenderung der Elementwerte können mit Hilfe der Norton-Transformation vorgenommen werden. Dadurch können Elementwerte die kaum realisierbar sind, in besser realisierbare Strukturen transformiert werden. Diese Transformationen wurden erstmals von E.L. Norton beschrieben und werden deshalb allgemein als Norton-Transformationen bezeichnet.

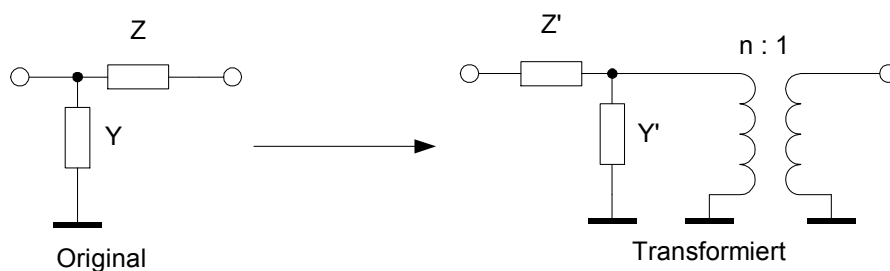


Abbildung 11-1: Netzwerktransformation nach Norton

Wir beschreiben beide Netzwerke mit den A-Parametern und setzen die resultierenden Parameter gleich:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & A' &= \begin{bmatrix} 1 & Z' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & Z \\ Y & 1+ZY \end{bmatrix} & & = \begin{bmatrix} n(1+Y'Z') & Z'/n \\ nY' & 1/n \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{11.1}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned}
 A_{12} &= A'_{12} \quad \rightarrow \quad Z = Z'/n \quad \rightarrow \quad Z' = nZ \\
 A_{21} &= A'_{21} \quad \rightarrow \quad Y = nY' \rightarrow \quad Y' = Y/n \\
 A_{22} &= A'_{22} \quad \rightarrow \quad 1+ZY = 1/n \quad \rightarrow \quad n = \frac{1}{1+ZY}
 \end{aligned} \tag{11.2}$$

$$\begin{aligned}
 Z' &= nZ \\
 Y' &= Y/n \\
 n &= \frac{1}{1+ZY}
 \end{aligned}$$

(11.3)

Besteht das Originalnetzwerk aus Kapazitäten, erhalten wir:

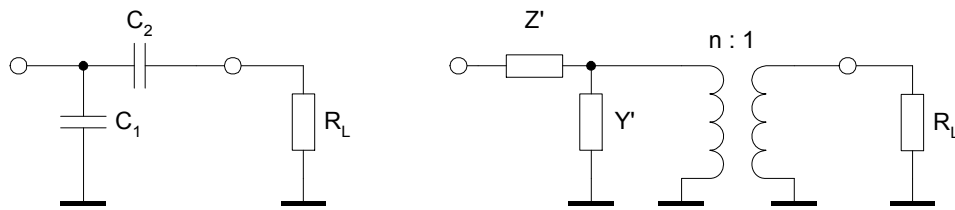


Abbildung 11-2: Transformation von zwei Kapazitäten

$$Y = sC_1$$

$$Z = \frac{1}{sC_2} \quad (11.4)$$

$$n = \frac{1}{1 + sC_1 \frac{1}{sC_2}} = \frac{1}{1 + \frac{C_1}{C_2}} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \quad (11.5)$$

$$Z' = nZ = n \frac{1}{sC_2} = \frac{1}{s(C_1 + C_2)} \quad (11.6)$$

$$Y' = \frac{Y}{n} = \frac{sC_1}{n} = \frac{sC_1(C_1 + C_2)}{C_2} \quad (11.7)$$

Damit wird das transformierte Netzwerk:

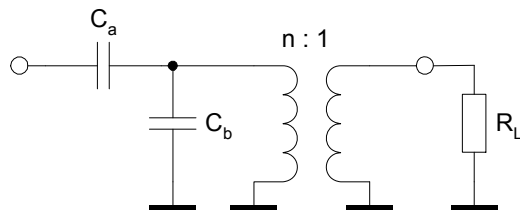


Abbildung 11-3: Transformiertes Netzwerk

Mit

$$n = \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_a = \frac{C_2}{n}$$

$$C_b = \frac{C_1}{n}$$

$$(11.8)$$

Der ideale Transformator kann eliminiert werden, wenn alle Impedanzen auf der Sekundärseite mit n^2 multipliziert werden.

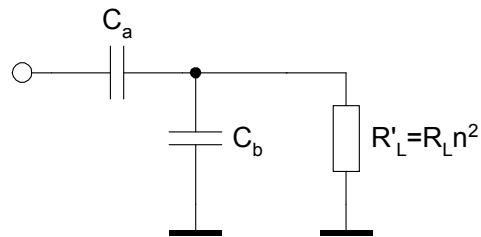


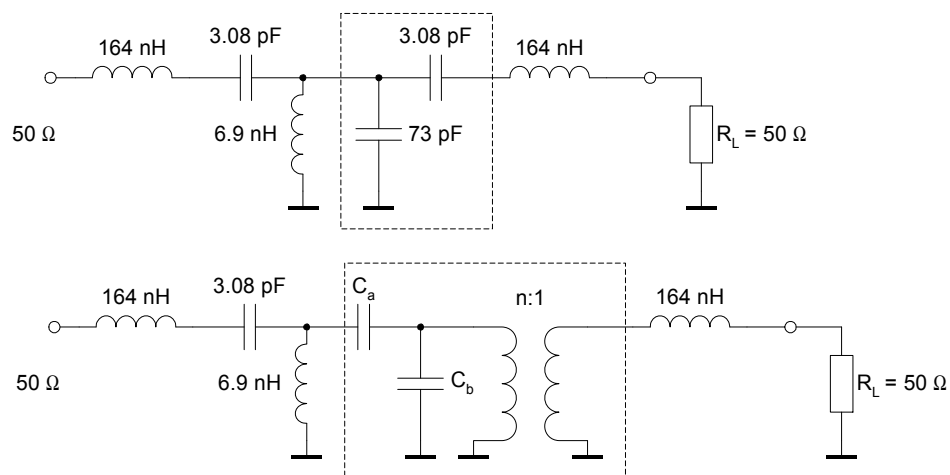
Abbildung 11-4: Elimination des Transformators

Beispiel 11-1: Norton-Transformation an einem Bandpass

Gegeben sei ein Bandpass:

Chebyshev

$n = 3$ $A_r = 0.1\text{dB}$ $f_1 = 200\text{ MHz}$ $f_2 = 250\text{ MHz}$ $Z_0 = 50\ \Omega$



$$n := \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

$$n = 0.04$$

$$C_a := \frac{C_2}{n}$$

$$C_a = 76.08 \cdot \text{pF}$$

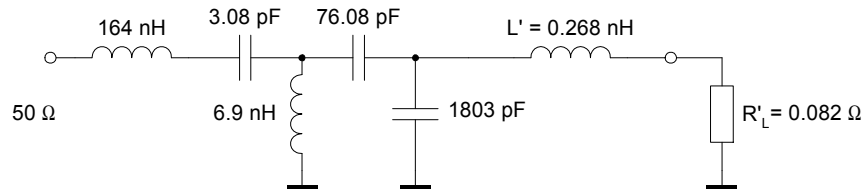
$$C_b := \frac{C_1}{n}$$

$$C_b = 1.803 \cdot 10^3 \cdot \text{pF}$$

Elimination des Trafos:

$$L' = n^2 L = 0.2688 \text{ nH}$$

$$R'_L = n^2 R_L = 0.082 \text{ } \Omega$$



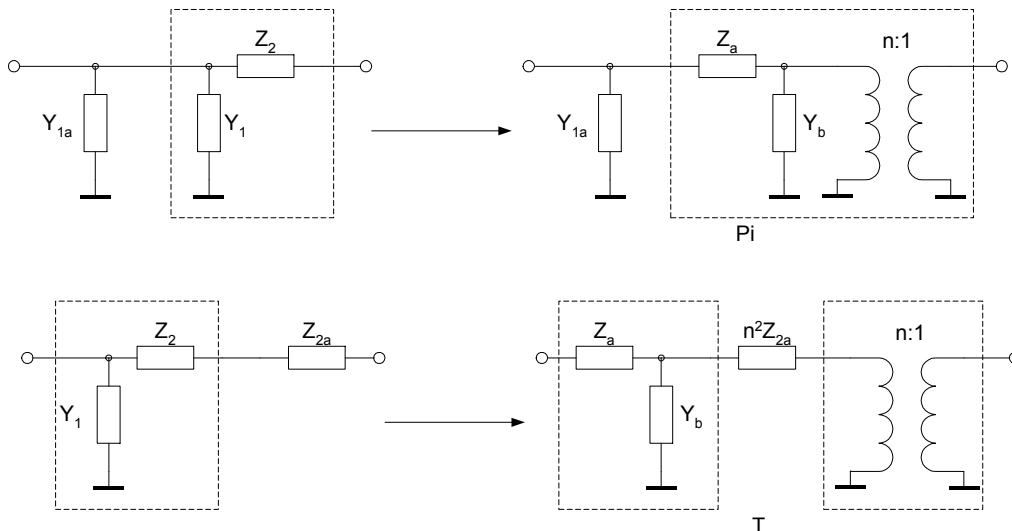
Wenn die Transformationsgleichungen untersucht werden, kann festgestellt werden, dass alle Elemente des gleichen Typs sein müssen:

$$n = \frac{1}{1 + ZY} \quad (11.9)$$

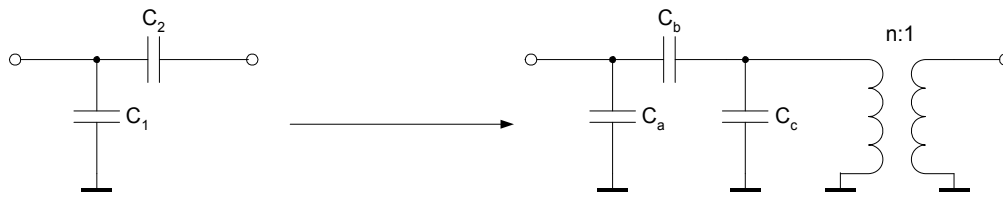
n muss frequenzunabhängig sein, also muss s in ZY kürzbar sein. Da die transformierten Elemente mit n verknüpft sind, müssen beide Netzwerke, das Original und das transformierte, den gleichen Elementtyp aufweisen.

Die Transformation kann zur Impedanzanpassung auch aufgeteilt werden, wenn spezielle Übertragungsverhältnisse n gewünscht werden. Die Grenzen von n sind gegeben durch:

$$\frac{1}{1 + ZY} \leq n \leq 1 \quad (11.10)$$



Bei gegebenen n , C_1 und C_2 erhält man:



$$C = C_2 \frac{1-n}{n}$$

$$C_a = C_1 - C$$

$$C_b = \frac{C_2}{n}$$

$$C_c = \frac{C}{n}$$

(11.11)

Beispiel 11-2: Impedanztransformation mit Norton-Transformation

Die Schaltung aus Beispiel 11-1 soll so transformiert werden, dass $R'_L = 5 \Omega$ wird.

$$C_1 := 73 \cdot \text{pF}$$

$$C_2 := 3.08 \cdot \text{pF}$$

$$R_{Lt} := 5 \cdot \Omega$$

$$R_L := 50 \cdot \Omega$$

$$L := 0.164 \cdot \mu\text{H}$$

$$n := \sqrt{\frac{R_{Lt}}{R_L}}$$

$$n = 0.316$$

$$C := C_2 \cdot \frac{1-n}{n}$$

$$C_2 = 3.08 \cdot \text{pF}$$

$$C_a := C_1 - C$$

$$C_a = 66.34 \cdot \text{pF}$$

$$C_b := \frac{C_2}{n}$$

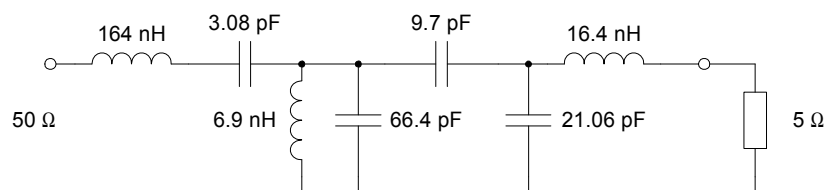
$$C_b = 9.74 \cdot \text{pF}$$

$$C_c := \frac{C}{n}$$

$$C_c = 21.06 \cdot \text{pF}$$

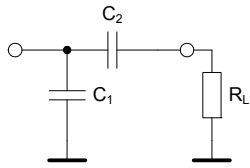
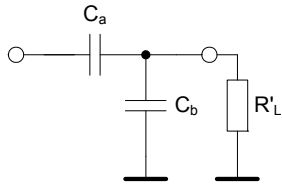
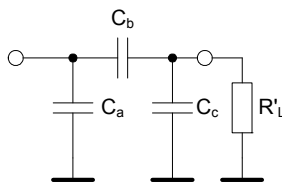
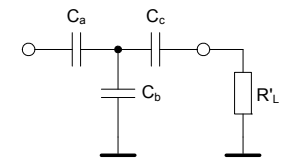
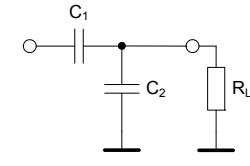
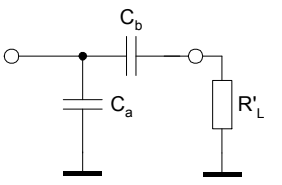
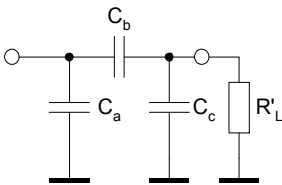
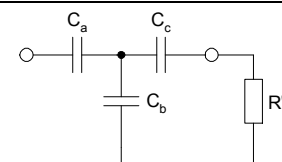
$$L_t := n^2 \cdot L$$

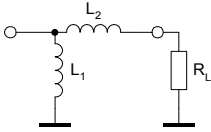
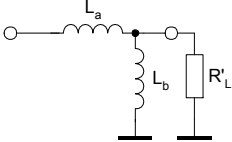
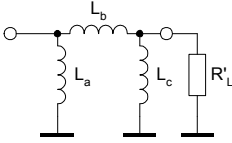
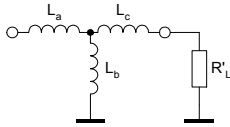
$$L_t = 0.016 \cdot \mu\text{H}$$



Auf die gleiche Art und Weise können die anderen möglichen Transformationstopologien ebenfalls hergeleitet werden.

11.1.1 Zusammenstellung der Norton-Transformationen

Original Netzwerk	Transformiertes Netzwerk	Transformationsgleichungen
		$\left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^2 R_L \leq R'_L \leq R_L \quad R'_L = n^2 R_L$
		$n = \frac{C_2}{C_1 + C_2}$ $C_a = \frac{C_2}{n} \quad C_b = \frac{C_1}{n}$
		$C = C_2 \frac{1-n}{n} \quad C_a = C_1 - C$ $C_b = \frac{C_2}{n} \quad C_c = \frac{C}{n}$
		$C = C_1 \frac{n}{1-n} \quad C_a = \frac{C}{n}$ $C_b = \frac{C_1}{n} \quad C_c = \frac{CC_2}{n^2(C - C_2)}$
		$R_L \leq R'_L \leq \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1} \right)^2 R_L \quad R'_L = n^2 R_L$
		$n = \frac{C_1 + C_2}{C_1}$ $C_a = \frac{C_2}{n} \quad C_b = \frac{C_1}{n}$
		$C = (n-1)C_1 \quad C_a = \frac{C}{n}$ $C_b = \frac{C_1}{n} \quad C_c = \frac{C_2 - C}{n^2}$
		$C = \frac{C_2}{n-1} \quad C_a = \frac{CC_1}{C - C_1}$ $C_b = \frac{C_2}{n} \quad C_c = \frac{C}{n}$

Original Netzwerk	Transformiertes Netzwerk	Transformationsgleichungen
		$\left(\frac{L_2}{L_1 + L_2} \right)^2 R_L \leq R'_L \leq R_L \quad R'_L = n^2 R_L$
		$n = \frac{L_1}{L_1 + L_2}$ $L_a = n L_2 \quad L_b = n L_1$
		$L = L_2 \frac{n}{1 - n} \quad L_a = \frac{L L_1}{L - L_1}$ $L_b = n L_2 \quad L_c = n L$
		$L = L_1 \frac{1 - n}{n} \quad L_a = n L$ $L_b = n L_1 \quad L_c = n^2 (L_2 - L)$

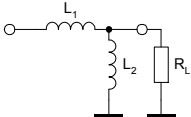
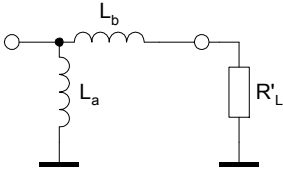
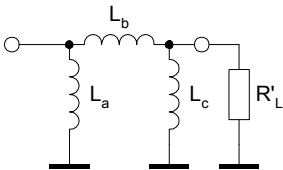
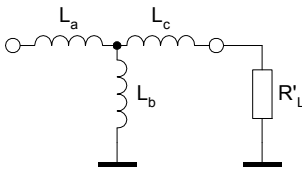
		$R_L \leq R'_L \leq \left(\frac{L_1 + L_2}{L_2} \right)^2 R_L \quad R'_L = n^2 R_L$
		$n = \frac{L_1 + L_2}{L_2}$ $L_a = n L_2 \quad L_b = n L_1$
		$L = \frac{L_1}{n - 1} \quad L_a = n L$ $L_b = n L_1 \quad L_c = \frac{n^2 L L_2}{L - L_2}$
		$L = (n - 1) L_2 \quad L_a = L_1 - L$ $L_b = n L_2 \quad L_c = n L$

Tabelle 11-1: Zusammenstellung der Norton-Transformationen

11.2 Impedanz- und Admittanzinverter (Immittanzinverter)

Zur Manipulation von Kettennetzwerken können Impedanz- und Admittanzinverter verwendet werden.

Impedanzinverter sind Zweitore, die eine Lastimpedanz am Ausgang auf eine Admittanz am Eingang transformieren. Ein idealer Impedanzinverter verhält sich wie eine $\lambda/4$ -Leitung der Impedanz K bei allen Frequenzen. Ein Impedanzinverter transformiert die Lastimpedanz Z_b so, dass die Eingangsimpedanz

$$Z_a = \frac{K^2}{Z_b} \quad (11.12)$$

wird. K wird die Impedanzinverterkonstante genannt. Wie in Abbildung 11-5: Impedanzinverter (K-Inverter) und Admittanzinverter gezeigt, beträgt die Phasendrehung des Inverters $\pm 90^\circ$, oder ein ungerades Vielfaches davon.

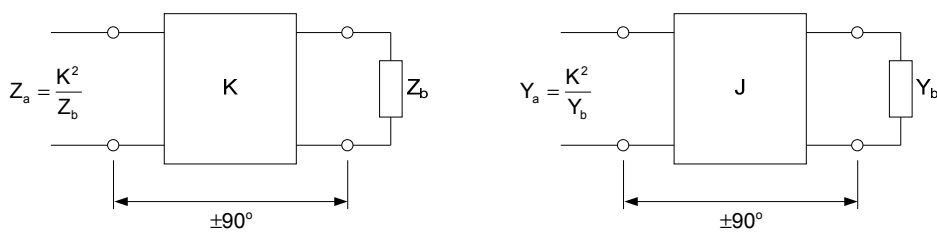


Abbildung 11-5: Impedanzinverter (K-Inverter) und Admittanzinverter (J-Inverter)

Analog dazu verhält sich der Admittanzinverter. Seine Lastadmittanz Y_b wird auf eine Eingangsadmittanz

$$Y_a = \frac{J^2}{Y_b} \quad (11.13)$$

transformiert.

Die zugehörigen Kettenparameter (ABCD-Matrizen) sind:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm jK \\ \pm \frac{1}{jK} & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm \frac{1}{jJ} \\ \pm jJ & 0 \end{bmatrix} \quad (11.14)$$

Zwischen den Inverterkonstanten gilt folgende Beziehung:

$$J = \sqrt{Y_a Y_b} = \frac{1}{\sqrt{Z_a Z_b}} = \frac{1}{K} \quad (11.15)$$

Auf Grund der Invertierung verhält sich eine Serieinduktivität zwischen zwei Impedanzinvertern wie eine Parallelkapazität. Entsprechend kann eine Parallelkapazität zwischen zwei Admittanzinvertern in eine Serieinduktivität transformiert werden.

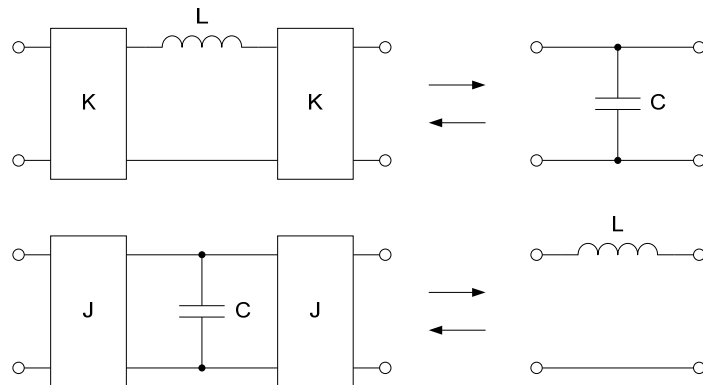


Abbildung 11-6: Transformation von Reaktanzen mit Invertern

Oder allgemein:

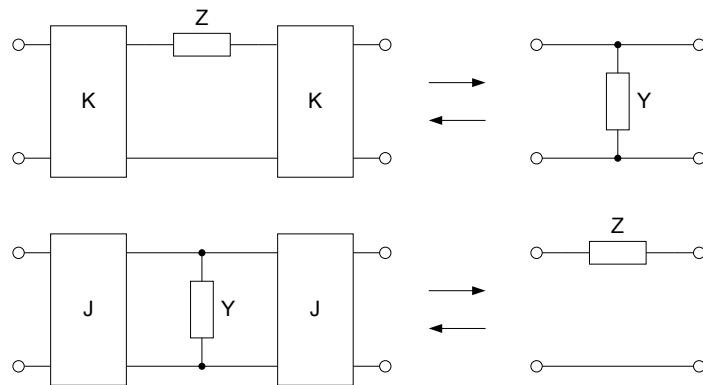
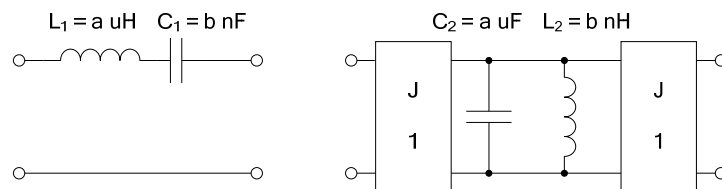


Abbildung 11-7: Allgemeine Transformation von Impedanzen und Admittanzen

Weitere Eigenschaften:

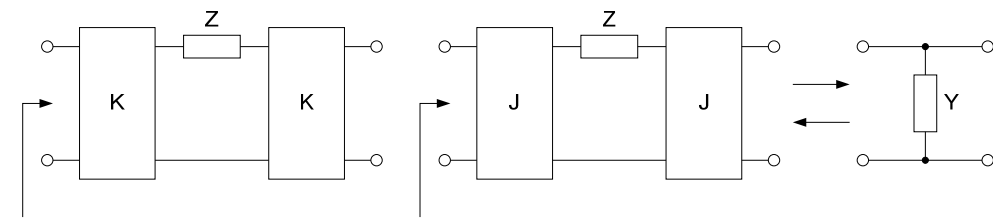
a) Transformation der Elementwerte



Die gleiche Vorschrift gilt auch für das duale Netzwerk mit K-Invertern

b) Wahl des Invertertyps

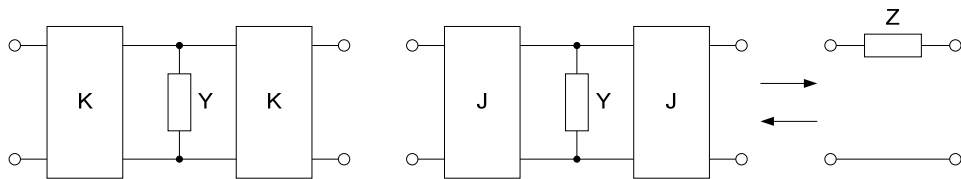
Grundsätzlich spielt es keine Rolle ob K- oder J-Inverter verwendet werden. Die Wahl richtet sich vorwiegend nach der für die gewünschte Schaltung geeigneten Realisierungsschaltung der Inverter. Wichtig dabei ist, dass die negativen Elemente der Inverter in den benachbarten Schaltungen absorbiert werden können.



$$Z_{in} = \frac{K^2}{Z}$$

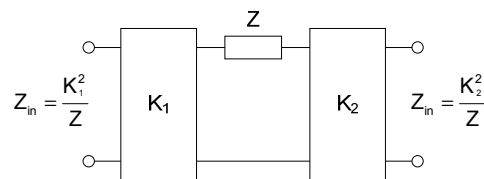
$$Y_{in} = \frac{J^2}{Y} = J^2 Z$$

$$Z_{in} = \frac{1}{Y_{in}} = \frac{1}{J^2 Z} = \frac{K^2}{Z}$$

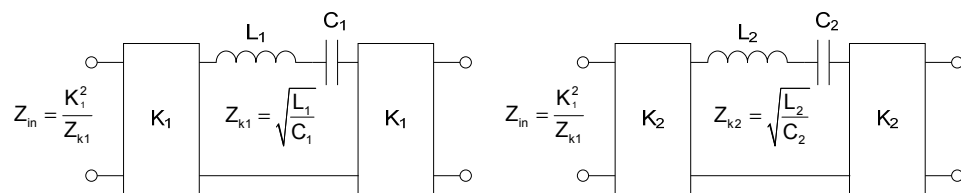


c) Impedanz- und Admittanztransformation

Impedanz- und Admittanztransformation ist eine weitere Eigenschaft die angewendet werden kann.



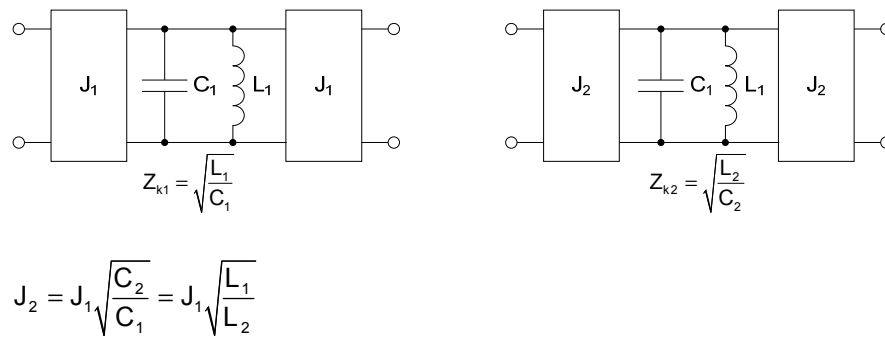
Soll z.B. der Kennwiderstand $Z_k = \sqrt{\frac{L}{C}}$ eines Schwingkreises transformiert werden, gelten folgende Beziehungen:



$Z_{in} = \frac{K_1^2}{Z_{k1}} = \frac{K_2^2}{Z_{k2}}$ \rightarrow $K_2^2 = K_1^2 \sqrt{\frac{C_1 L_2}{L_1 C_2}}$ und mit $L_1 C_1 = L_2 C_2$ (beide Kreise die gleiche Resonanzfrequenz) erhält man die Transformationsbeziehung

$$K_2 = K_1 \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = K_1 \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

Analog dazu:



11.2.1 Praktische Realisierung von Impedanz- und Admittanzinvertiern:

Impedanz- und Admittanzinverter können durch verschiedene Schaltungen realisiert werden. Alle sind Frequenzabhängig und eignen sich daher hauptsächlich für schmalbandige (Bandbreite <10%) Filteranwendungen.

Wie bereits erwähnt ist die einfachste Inverterschaltung eine verlustlose $\lambda/4$ -Leitung mit der reellen Leitungsimpedanz Z_w .

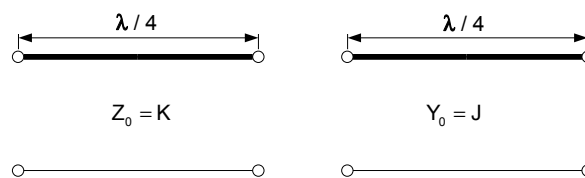


Abbildung 11-8: $\lambda/4$ -Leitung als Impedanz- und Admittanzinverter

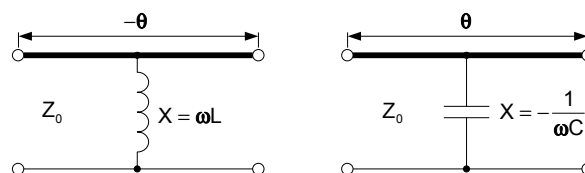
Diese $\lambda/4$ -Leitung weist folgendes Transformationsverhältnis auf:

$$Z_a = \frac{Z_w^2}{Z_b} \quad (11.16)$$

Wobei Z_b die Lastimpedanz und Z_a die Eingangsimpedanz ist. Daraus folgt, dass die Impedanzinverterkonstante $K = Z_w$, bzw. die Admittanzinverterkonstante $J = Y_w = 1/Z_w$ ist. Dieser Inverter ist somit sowohl ein Impedanz- wie auch ein Admittanzinverter.

Nebst der $\lambda/4$ -Leitung sind weitere Inverter realisierbar, die eine grössere Bandbreite aufweisen als die $\lambda/4$ -Leitung.

Inverter mit Leitungen und Reaktanzen:

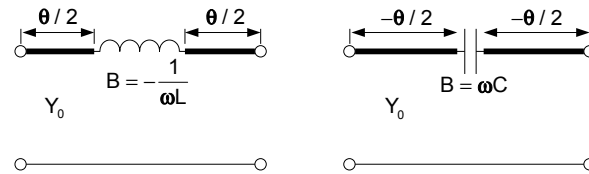


$$\frac{X}{Z_0} = \frac{K/Z_0}{1 - \left| \frac{K}{Z_0} \right|^2}$$

$$K = Z_0 \tan \left| \frac{\theta}{2} \right| \text{ Ohm}$$

$$\theta = -\tan^{-1} \frac{2X}{Z_0} \text{ rad} \quad (11.17)$$

Abbildung 11-9: K-Inverter mit Leitungen und Reaktanzen



$$J = Y_0 \tan \left| \frac{\theta}{2} \right| \text{ Siemens}$$

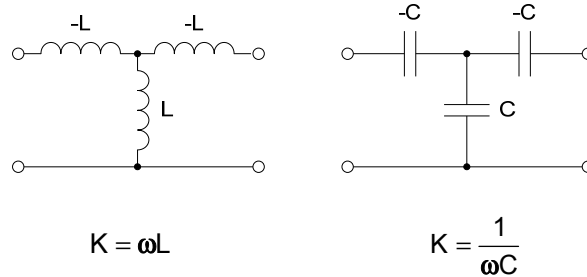
$$\theta = -\tan^{-1} \frac{2B}{Y_0} \text{ rad}$$

$$\frac{B}{Y_0} = \frac{J/Y_0}{1 - \left| \frac{J}{Y_0} \right|^2}$$

(11.18)

Abbildung 11-10: J-Inverter mit Leitungen und Reaktanzen

Inverter mit Reaktanzen:

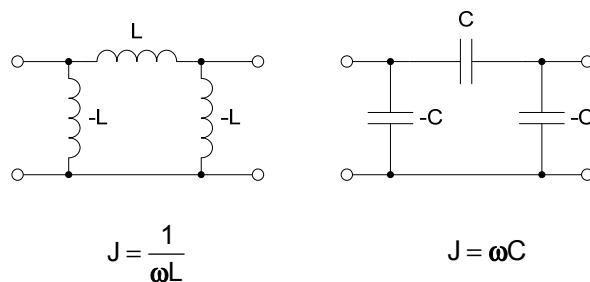


$$K = \omega L$$

$$K = \frac{1}{\omega C}$$

(11.19)

Abbildung 11-11: K-Inverter mit Reaktanzen



$$J = \frac{1}{\omega L}$$

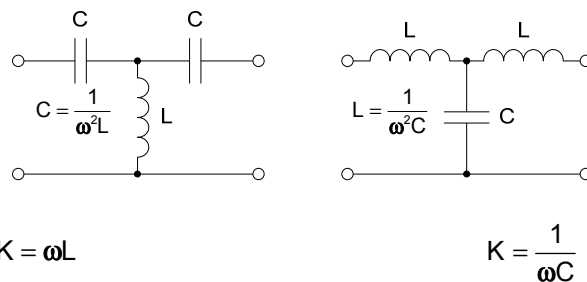
$$J = \omega C$$

(11.20)

Abbildung 11-12: J-Inverter mit Reaktanzen

In allen diesen Schaltungen kommen negative Elementwerte vor. Diese können bei Filteranwendungen meist durch die Filterelemente absorbiert werden, wie die Beispiele im nächsten Abschnitt zeigen.

Schmalbandige Inverter:



$$K = \omega L$$

$$K = \frac{1}{\omega C}$$

(11.21)

Abbildung 11-13: Schmalbandiger K-Inverter

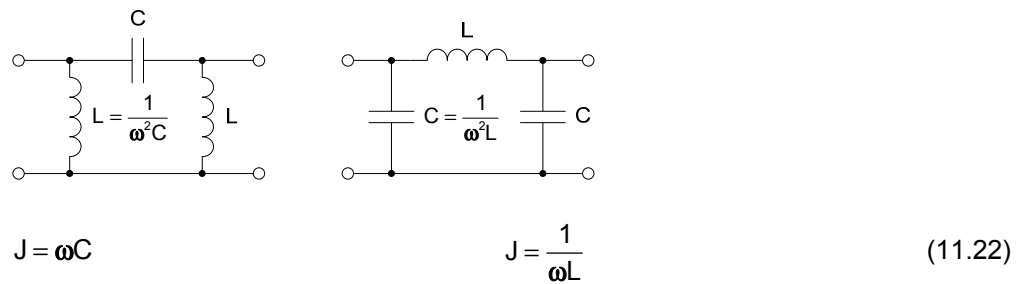
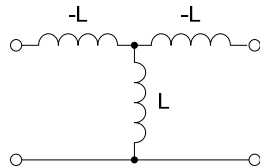


Abbildung 11-14: Schmalbandiger J-Inverter

Der Beweis der Funktion als Inverter wird exemplarisch am K-Inverter mit Induktivitäten gezeigt.



Die Kettenmatrix dieser Schaltung ergibt sich zu

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{j\omega L} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -j\omega L \\ -j\frac{1}{\omega L} & 0 \end{bmatrix} \quad (11.23)$$

Der Vergleich mit (11.14) beweist die richtige Funktion und liefert $K = \omega L$. Wird der Zweiter mit Z_b abgeschlossen, erhält man die Eingangsimpedanz zu

$$Z_a = \frac{A_{11}Z_b + A_{12}}{A_{21}Z_b + A_{22}} = \frac{A_{12}}{A_{21}} = \frac{-j\omega L}{-j\frac{1}{\omega L}} = \frac{\omega^2 L^2}{Z_b} = \frac{K^2}{Z_b}$$

Dies entspricht der Gleichung (11.12).

11.2.2 Anwendungen von Impedanz- und Admittanzinvertern

Beispiel 11-3: Transformation mit Admittanzinverter

In untenstehender Schaltung soll die Serieimpedanz Z_1 in eine Parallelimpedanz Z_2 transformiert werden.

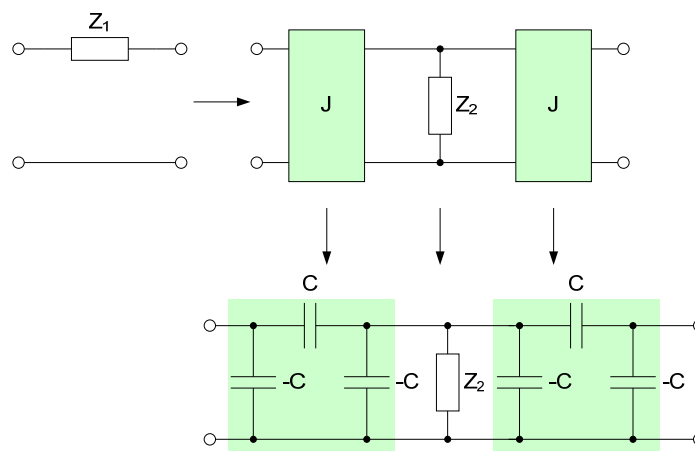


Abbildung 11-15: Serie-Paralleltransformation mit J-Invertern

Mit den Gleichung (11.20) und (11.13) gilt für die J-Inverter

$$J = \omega C \text{ und } Y_2 = \frac{J^2}{Y_1}$$

$$\text{Damit } Y_2 = \frac{\omega^2 C^2}{Y_1} \rightarrow Z_2 = \frac{Y_1}{\omega^2 C^2} = \frac{1}{\omega^2 C^2 Z_1}$$

Die Transformation gilt nur für die Frequenz ω , ist also nur für schmalbandige Anwendungen geeignet. Die beiden inneren negativen Kapazitäten müssen in Z_2 und die beiden äusseren negativen Kapazitäten in der Quellen- und Lastimpedanz absorbiert werden können.

Beispiel 11–4: Transformation mit Impedanzinverter

Gemäss Abbildung 11-16 soll der Parallelschwingkreis L_1 - C_1 in einen Serieschwingkreis gleicher Resonanzfrequenz transformiert werden.

Nach Gleichung (11.19) und (11.12) gilt für die K-Inverter

$$K = \frac{1}{\omega_0 C} \text{ und } Z_2 = \frac{K^2}{Z_1}$$

$$\text{Damit } Z_2 = \frac{1}{Z_1 \omega_0^2 C^2}$$

$$\text{Mit } Z_1 = \frac{sL_1}{1+s^2L_1C_1} = \frac{j\omega_0L_1}{1-\omega_0^2L_1C_1} \text{ und } Z_2 = \frac{1+s^2L_2C_2}{sC_2} = \frac{1-\omega_0^2L_2C_2}{j\omega_0C_2}$$

Kann Z_2 gleichgesetzt werden:

$$\frac{1-\omega_0^2L_2C_2}{\omega_0C_2} = \frac{1-\omega_0^2L_1C_1}{\omega_0L_1} \cdot \frac{1}{\omega_0^2C^2}$$

Weiter muss für die gleiche Resonanzfrequenz gelten

$$C_1L_1 = C_2L_2$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man die Elementwerte für L_2 und C_2 zu

$$L_2 = \frac{C_1}{\omega_0^2 C^2}$$

$$C_2 = \omega_0^2 L_1 C^2$$

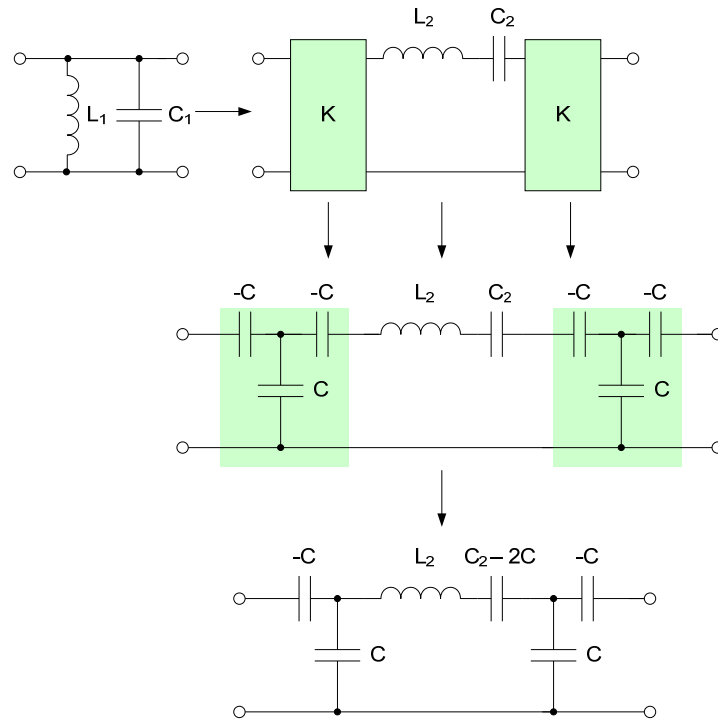
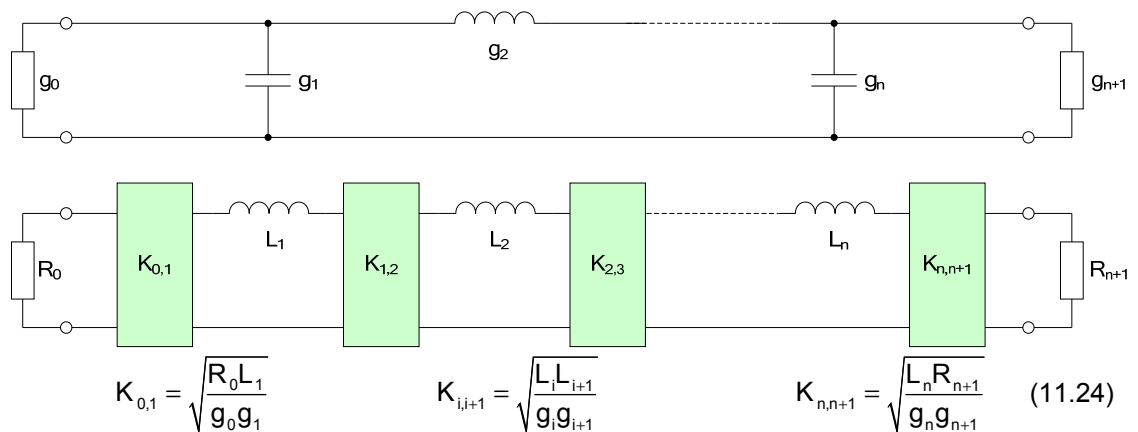


Abbildung 11-16: Transformation Parallelschwingkreis in Serieschwingkreis

Das Inverterelement C kann so gewählt werden, dass die inneren negativen C in C_2 und die äusseren negativen C in Quelle und Last absorbiert werden können.

11.2.3 Transformation des normierten Tiefpasses

Mit idealen, frequenzunabhängigen Immittanzinvertern können Tiefpässe einfach in Tiefpässe transformiert werden, die nur Induktivitäten oder nur Kapazitäten enthalten.



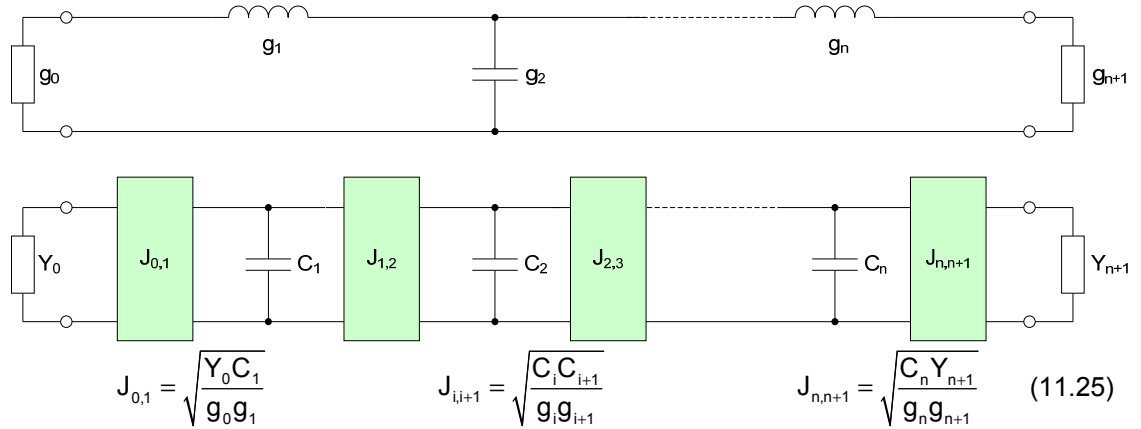


Abbildung 11-17: Tiefpasstransformation mit Immittanzinvertern

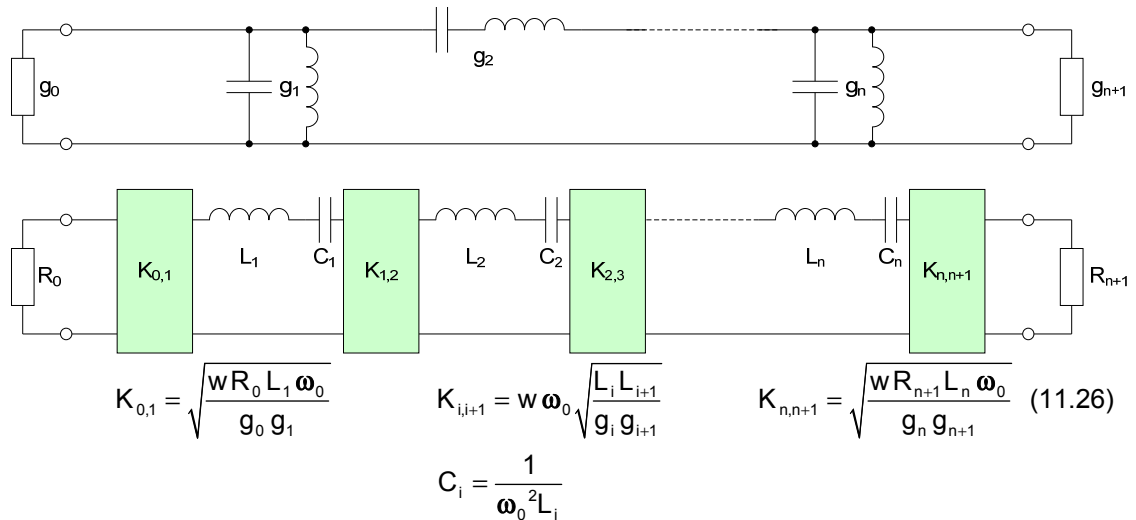
Die Elementwerte für L_1 und C_1 können frei gewählt werden.

Die oben aufgeführten Gleichungen können durch Beschreibung der Eingangs- und Ausgangsimpedanz (Admittanz) des Prototypfilters und des transformierten Filters in Kettenbruchform mit Vergleich der entsprechenden Glieder hergeleitet werden.

11.2.4 Bandpasstransformation mit Immittanzinvertern

Durch Einsetzen der Tiefpass-Bandpasstransformation $L_{BP} = \left(\frac{\Omega_c}{w\omega_0} \right) L_{TP} = \frac{L_{TP}}{w\omega_0}$ in die

Gleichungen (11.24) und (11.25) erhält man die entsprechenden Gleichungen für die Bandpass-Inverter.



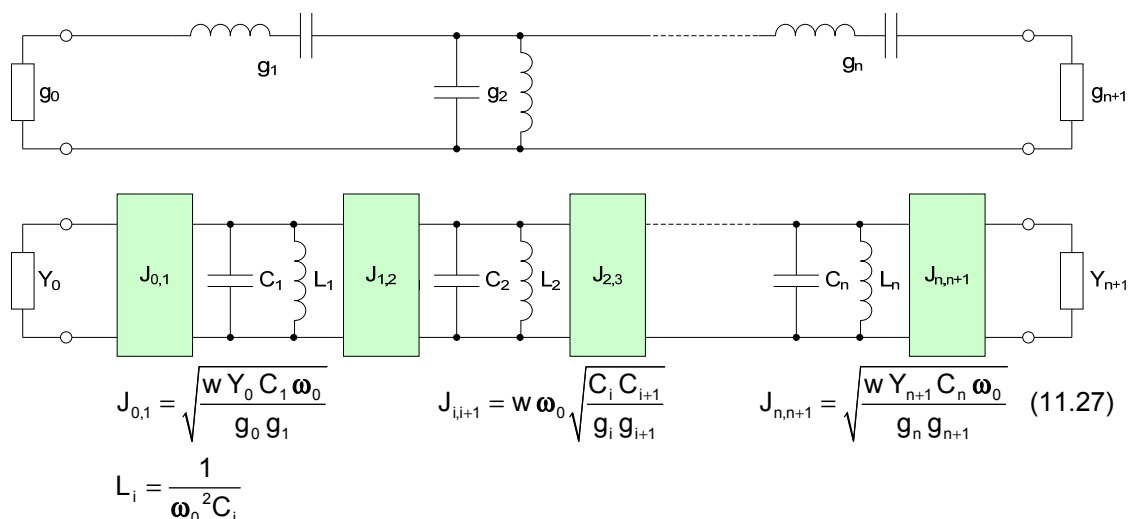


Abbildung 11-18: Bandpasstransformation mit Immittanzinvertern

Die Elementwerte L_1 und C_1 können frei gewählt werden, so dass für alle Elemente gut realisierbare Werte resultieren.

g_i : normierte Tiefpass-Elemente
normiert auf $R_0 = 1\Omega$, $G_0 = 1S$, $\Omega_c = 1\text{Rad}$

$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ Mittenfrequenz, siehe Gleichung (10.10)

$w = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$ Normierte Bandbreite, siehe Gleichung (10.10)

Die allgemeine Transformation mit Immittanzinvertern zeigt Abbildung 11-19. Hier können die konzentrierten Elemente durch verteilte Elemente z.B. Leitungselemente, Mikrostripleitungen, Koaxresonatoren, etc. ersetzt werden. Die Reaktanzen und Suszeptanzen der verteilten Elemente müssen gleich sein wie diejenigen der konzentrierten Elemente. In der Praxis ist dies nur im Bereich der Resonanzfrequenz realisierbar. Daher sind diese Transformationen nur für **schmalbandige** Filter geeignet. Für eine geeignete Beschreibung wird an Stelle der Reaktanzen und Suszeptanzen deren Steilheit bei der Resonanzfrequenz gleichgesetzt. Die Reaktanz- und Suszeptanzsteilheit ist definiert als

$$x = \frac{\omega_0}{2} \frac{dX(\omega)}{d\omega} \bigg|_{\omega=\omega_0} \quad b = \frac{\omega_0}{2} \frac{dB(\omega)}{d\omega} \bigg|_{\omega=\omega_0}$$

Dabei sind $X(\omega)$ und $B(\omega)$ die Reaktanz, resp. Suszeptanz der Schwingkreise, mit dem Wert 0 bei der Resonanzfrequenz ω_0 . Für Schwingkreise mit konzentrierten Elementen ist $x = \omega_0 L$ für den Serienschaltkreis und $b = \omega_0 C$ für den Parallelschaltkreis. Durch Ersetzen von $\omega_0 L_i$ und $\omega_0 C_i$ durch x_i und b_i in Abbildung 11-18 erhält man die Beziehungen in Abbildung 11-19.

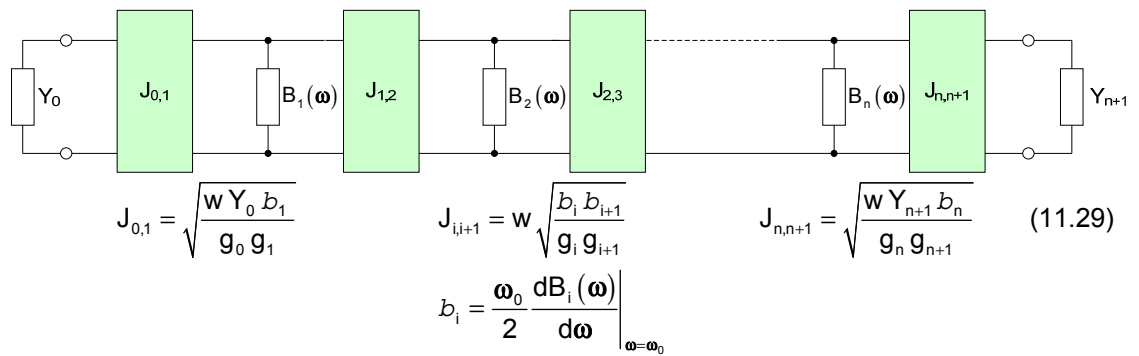
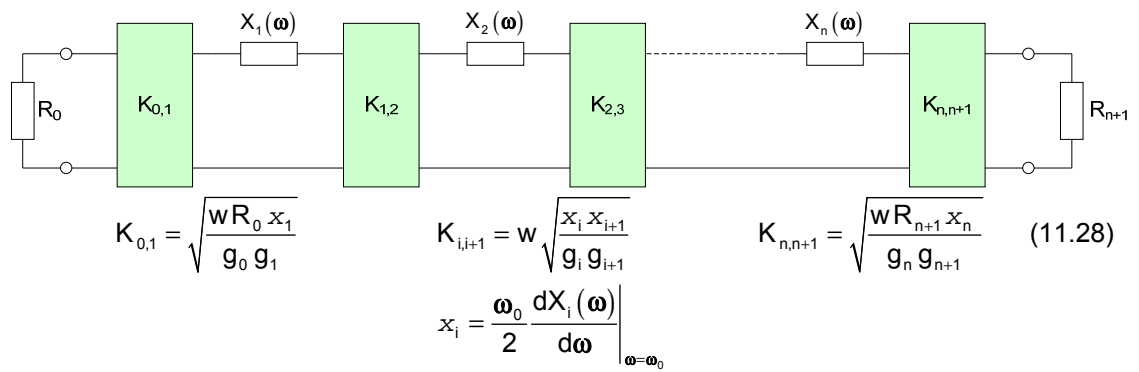
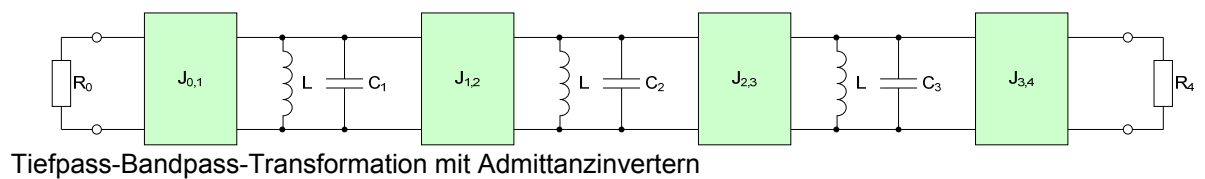
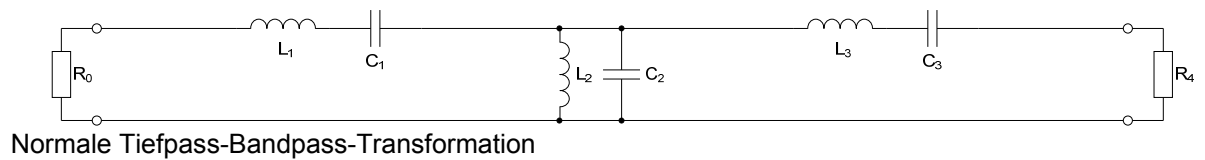
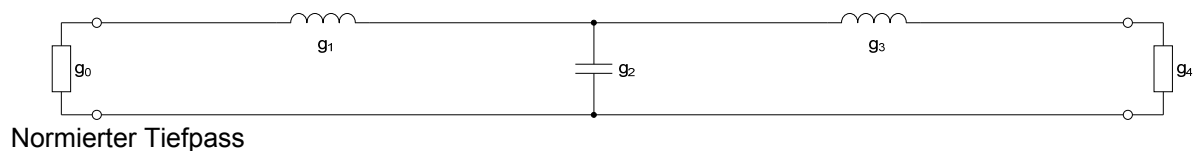
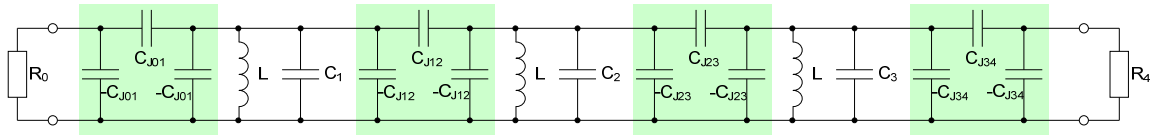


Abbildung 11-19: Allgemeine Bandpasstransformation mit Immittanzinvertern

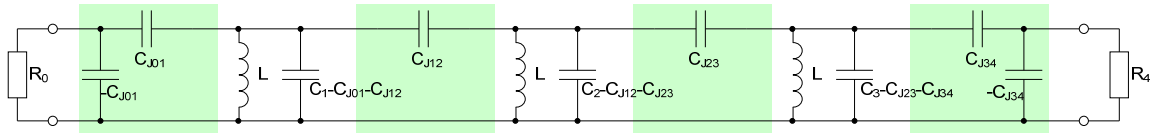
Beispiel 11-5: 3-Kreis Bandpassfilter

3-kreisiges Bandpassfilter mit kapazitiver Kopplung für den Frequenzbereich von 150 MHz bis 160 MHz. Das Filter soll Chebyshev-Verhalten mit einer Welligkeit von $A_r = 0.5$ dB aufweisen. Der Ein- und Ausgangswiderstand betrage 50 Ohm.





Realisation der Admittanzinverter mit Kapazitäten



Zusammenfassung der Kapazitäten

Gegeben:

$$f_1 := 150 \text{ MHz} \quad f_2 := 160 \text{ MHz} \quad R_0 := 50 \cdot \Omega \quad R_4 := 50 \cdot \Omega \quad n := 3 \quad A_r := 0.05 \text{ dB}$$

Berechnungen:

$$f_0 := \sqrt{f_1 \cdot f_2} = 154.919 \text{ MHz} \quad \omega_0 := 2 \cdot \pi \cdot f_0 = 9.734 \times 10^8$$

$$w := \frac{f_2 - f_1}{f_0} = 0.065$$

Normierte Tiefpass Elementwerte Cheb 0.05dB n=3:

$$g_0 := 1 \quad g_1 := 0.879 \quad g_2 := 1.113 \quad g_3 := g_1 \quad g_4 := 1$$

Wahl: alle drei Resonanzkreise mit gleichem L und C, und $C_J := 10 \text{ pF}$

$$C_1 := C \quad C_2 := C \quad C_3 := C$$

$$J_{01} := \sqrt{\frac{w \cdot \omega_0 \cdot C_1}{R_0 \cdot g_0 \cdot g_1}} = 3.781 \times 10^{-3}$$

$$J_{12} := w \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{C_1 \cdot C_2}{g_1 \cdot g_2}} = 6.352 \times 10^{-4}$$

$$J_{23} := w \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{C_2 \cdot C_3}{g_2 \cdot g_3}} = 6.352 \times 10^{-4}$$

$$J_{34} := \sqrt{\frac{w \cdot \omega_0 \cdot C_3}{R_4 \cdot g_3 \cdot g_4}} = 3.781 \times 10^{-3}$$

$$L := \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C} = 105.543 \text{ nH}$$

$$C_{J01} := \frac{J_{01}}{\omega_0} = 3.884 \text{ pF} \quad C_{J12} := \frac{J_{12}}{\omega_0} = 0.653 \text{ pF}$$

$$C_{J23} := \frac{J_{23}}{\omega_0} = 0.653 \text{ pF} \quad C_{J34} := \frac{J_{34}}{\omega_0} = 3.884 \text{ pF}$$

Da die Quellen- und Lastimpedanzen reell sind, können die negativen Kapazitäten $-C_{J01}$ und $-C_{J34}$ nicht absorbiert werden. Die Berechnung von $X_{C_{J01}}$ zeigt, dass die Reaktanz von diesen

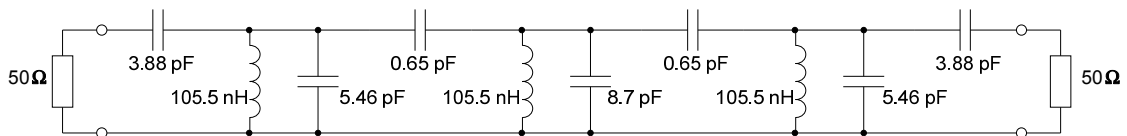
Kapazitäten wesentlich grösser ist als der Quellen- und Lastwiderstand und somit diese Kapazitäten vernachlässigt werden können.

$$X_{CJ01} := \frac{1}{\omega_0 \cdot C_{J01}} = 264.478 \Omega$$

$$C_1 := C - C_{J01} - C_{J12} = 5.463 \text{ pF}$$

$$C_2 := C_1$$

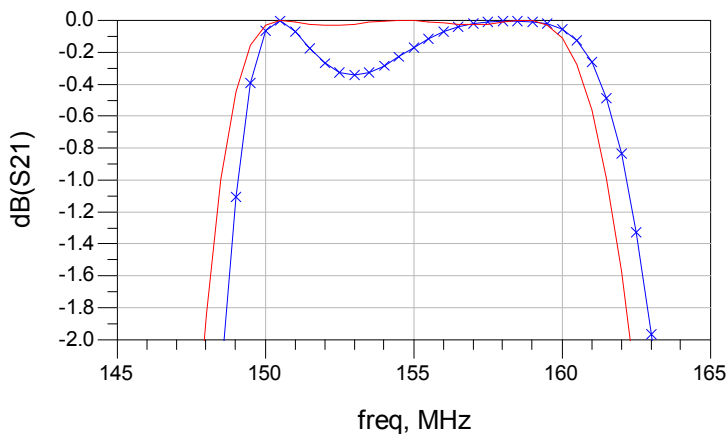
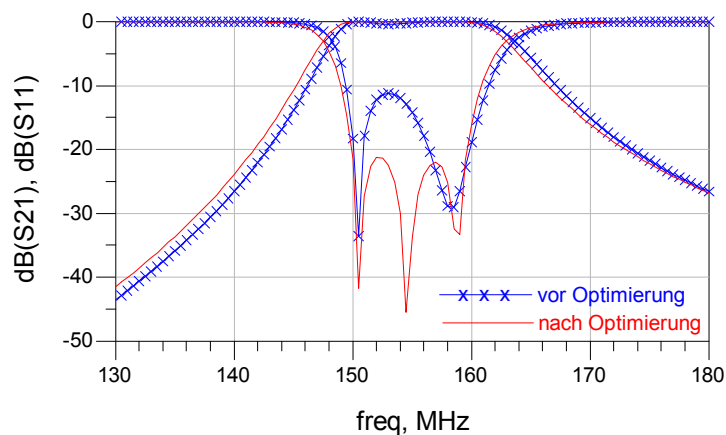
$$C_3 := C - C_{J12} - C_{J23} = 8.695 \text{ pF}$$



Endgültige Schaltung

Wie die Simulation der Schaltung zeigt, ist die Welligkeit im Durchlassbereich grösser als vorgegeben. Durch eine Optimierung mit Variation der Kopplungskondensatoren erreicht man die gewünschten Eigenschaften. Die Ein- und Ausgangskopplungskondensatoren müssen von 3.88 pF auf 4.06 pF, die beiden Kopplungskondensatoren in der Mitte von 0.65 auf 0.665 pF vergrössert werden.

Simulationsresultate:



12 Realisierung von Filtern mit planaren Leitungen (Mikrostrip)

Die folgenden Betrachtungen gelten nicht nur für Mikrostrip-Leitungen, sondern grundsätzlich für alle Leitungsformen wie Koax, Stripline, Waveguide, etc. Da heute die meisten Schaltungen in Mikrostriptechnik realisiert werden, sind die nachfolgenden Betrachtungen und Beispiele auf diese Leitungsstruktur konzentriert. Die Kunst des Filterdesign liegt in der richtigen Wahl der Transformationen, damit gut realisierbare physikalische Strukturen entstehen.

Viele Herleitungen und Beweise sind in diesem Kapitel weggelassen oder auf das Minimum der Verständlichkeit beschränkt. Ausführliche Theorie ist in Lit. [2] und [5] zu finden.

Da die Leitungseigenschaften mit $\lambda/2$ periodisch sind, werden auch die Filtereigenschaften mit der Frequenz periodisch, wenn alle Leitungen gleich lang sind, oder weisen verzerrte Amplitudengänge mit nichtperiodischen Eigenschaften auf. Wie Abbildung 12-1 zeigt, weist z.B. ein Bandpass mit gekoppelten Leitungen periodische Durchlassbereiche auf.

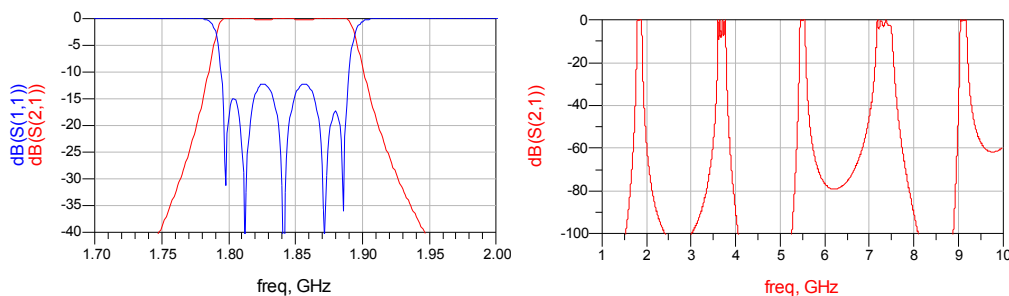


Abbildung 12-1: gewünschter Durchlassbereich und Periodizität eines Bandpassfilters

Heute stehen verschiedene kommerzielle CAE-Simulatoren zur Verfügung, die sehr genaue Elementmodelle von Leitungselementen für verschiedene Leitungsformen enthalten. Damit lassen sich komplizierte Filterstrukturen in einer schnell ablaufenden linearen Simulation mit S-Parametern nicht nur analysieren, sondern auch auf vorgegebene Zielwerte optimieren. Wichtig dabei ist, dass gute Kenntnisse über das Verhalten und realisierbare Eigenschaften der Filter vorhanden sind, damit in der Optimierung die richtigen Parameter in einem vernünftigen Wertebereich zur Variation freigegeben und die Zielwerte realistisch spezifiziert werden können. Ausgehend von den in der Synthese durch Approximation gefundenen Parametern, empfiehlt sich ein schrittweises Vorgehen mit kleinen Wertebereichserweiterungen der Parameter und kleinen Verschärfungen der Zielwerte. Es ist auch sinnvoll, Nichtidealitäten wie Diskontinuitäten und Leitungsverluste schrittweise hinzuzufügen. Nach der Optimierung in einem linearen Schaltungssimulator empfiehlt sich das Layout in einem EM-Simulator zu überprüfen. Bei der EM-Simulation werden auch Kopplungen und Diskontinuitäten erfasst, die in einem linearen Schaltungssimulator nur schwer oder überhaupt nicht zu beschreiben sind. Die Simulationszeit in einem EM-Simulator ist ein Vielfaches der Simulationszeit eines linearen Simulators und eine Optimierung ist daher nur beschränkt durchführbar.

Mit diesem, in Abbildung 12-2 gezeigten Designablauf, erzielt man sehr schnell die gewünschten Resultate.

Die meistverwendeten kommerziellen CAE-Simulatoren mit linearer und nichtlinearer Schaltungssimulation, Systemsimulation und 2.5D-EM-Simulation sind:

- Advanced Design System ADS von Agilent
- Genesys von Agilent
- Microwave Office von AWR Applied Wave Research
- Ansoft Designer von Ansoft Corporation

Die Leistungsmerkmale und der Leistungsumfang dieser Simulatoren sind leicht unterschiedlich.

2.5D-EM-Simulatoren, zum Teil auch planar 3D-EM-Simulator genannt, ermöglichen die Elektromagnetische Simulation von schichtweise aufgebauten Strukturen, also ein- und mehrschichtige Printstrukturen. Für volle 3D-EM-Simulation wie z.B. koaxiale Strukturen sind verschiedene weitere Produkte auf dem Markt:

- Microwave Studio von CST
- HFSS von Ansoft
- EMPro von Agilent
- Und weitere

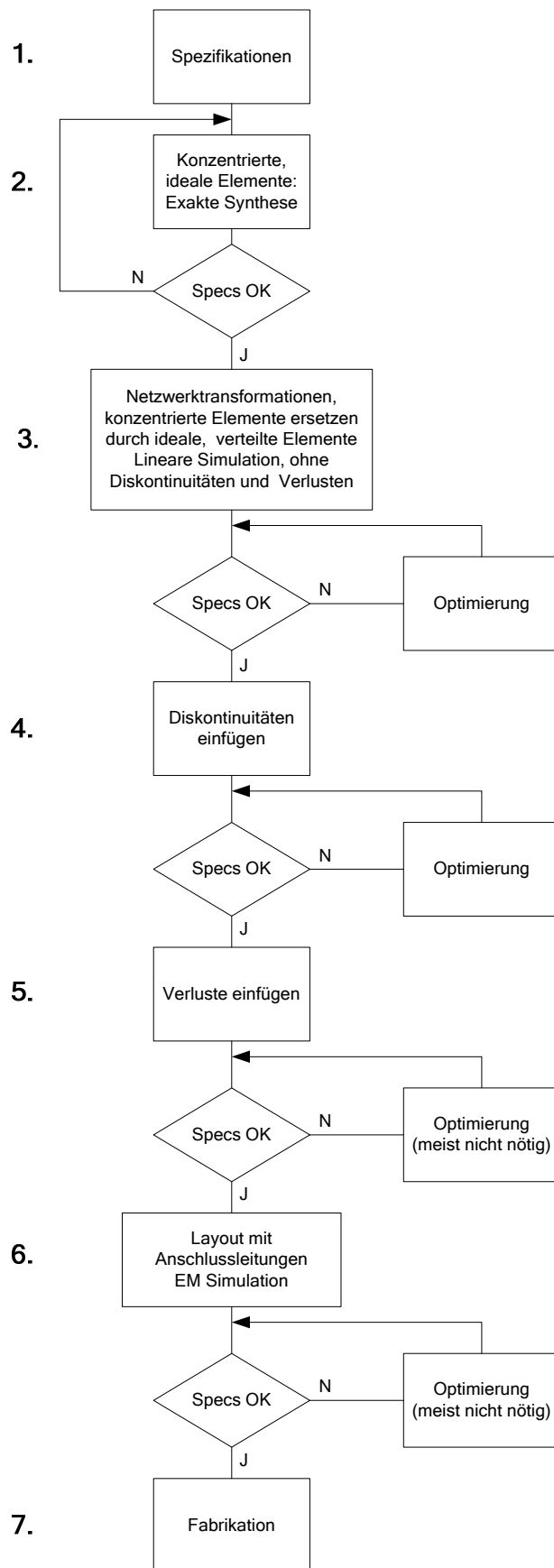


Abbildung 12-2: Designablauf für die Realisierung von Filtern mit Mikrostrip

Der Übergang von idealen Leitungselementen aus der Synthese zu realen Leitungen mit physikalischen Abmessungen ist meist ziemlich kompliziert und erfolgt am Einfachsten mit Hilfe von entsprechenden Softwaretools. Alle kommerziellen CAE-Simulatoren enthalten diese Tools, z.B. „Linecalc“ in ADS, „TXLine“ in Microwave Office und „TRL85“ in Serenade. „TXLine“ und „TRL85“ haben zum Teil eingeschränkte Synthesemöglichkeiten bei gekoppelten Mikrostripleitungen. Diese Werkzeuge erlauben die Synthese und Analyse von verschiedenen planaren Leitungen wie Mikrostrip, Stripline, Coplanar Waveguide, etc. Die Synthese berechnet die physikalische Leiterbreite, Leiterlänge und Leitungsabstände bei vorgegebenen Substrateigenschaften und –abmessungen, gewünschtem Leitungswellenwiderstand und elektrischer Leitungslänge. Die Analyse berechnet aus den physikalischen Vorgaben die elektrischen Eigenschaften. Für die meisten Anwendungen kann auch das an unserer Hochschule entwickelte Tool „Line“ verwendet werden. Es steht auf meiner Homepage zum Download zur Verfügung. Ein Key für den vollen Funktionsumfang kann bei mir angefordert werden. Grundlagen zu Mikrostripleitungen sind im Skript „Streifenleitungen“ zu finden.

Als Substrat für Filteranwendungen ist das in der allgemeinen Elektronik verwendete Basismaterial FR4 nur für Frequenzen bis ca. 1 GHz und kleinen Anforderungen an die Verluste und Reproduzierbarkeit geeignet. Bei diesem Substrat werden die für Filteranwendungen wichtigen Parameter wie Materialdicke, konstante Permittivität und konstanter Verlustwinkel im Herstellungsprozess nicht in genügend engen Grenzen kontrolliert und eingehalten. Wesentlich besser eignen sich spezielle Mikrowellensubstrate mit eng kontrollierten Eigenschaften. Von den Hauptherstellern Arlon, Taconic und Rogers sind viele verschiedene Substrate mit Dicken von 10 mil bis 125 mil (1 mil = 2.54 μm , Standardwerte: 20, 30, 31, 60 und 62 mil) und Permittivitäten von 2.2 bis 10 erhältlich. Die höhere Qualität dieser Materialien muss auch mit einem höheren Preis erkaufte werden. Für Standardanwendungen bis ca. 5 GHz sind Substrate die mit den gleichen Herstellungsprozessen wie FR4 verarbeitet werden können sehr geeignet, z.B. RO 4350, RF-35.

Bezeichnung	Material	ϵ_r	$\tan \delta$ 10 GHz
Luft (trocken)		1	≈ 0
FR-4	Epoxy/Glas	4.7 ± 0.3	0.025 ¹⁾
GT, GX	PTFE/Glas	2.5 ± 0.05	0.0018
Rogers Duroid 5880	PTFE/Glas	2.2 ± 0.02	0.0009
Rogers RO 4350	Keramik/Glas	3.66 ± 0.05	0.004
Taconic TLC-32	PTFE/Glas	3.2 ± 0.05	0.003
Taconic TLE-95	PTFE/Glas	2.95 ± 0.05	0.0028
Taconic TLT-8	PTFE/Glas	2.55 ± 0.05	0.0019
Taconic RF-35	Keramik/Glas	3.5 ± 0.05	0.0018
Arlon Epsilam 10	Keramik	10.2 ± 0.25	0.002
Alumina	Al ₂ O ₃ 99.5%	9.7	0.0003
Beryllia	BeO 97%	6.9	0.0003
Saphir		9.4/11.6	0.0001
Glas		5	0.002
Quarz		3.8	0.0001
Gallium Arsenid	GaAs	13.1	0.0016
Germanium	Ge	16.0	
Silizium	Si	11.7	0.005

¹⁾ 1 GHz

Abbildung 12-3: Einige typische Substrate

Thickness							
mil	mm	mil	mm	mil	mm	mil	mm
4	0.102	19	0.483	45	1.143	93	2.362
5	0.127	20	0.508	50	1.270	100	2.540
6.6	0.168	25	0.635	60	1.524	125	3.175
10	0.254	30	0.762	62	1.575	187	4.750
15	0.381	31	0.787	75	1.905	250	6.350

Abbildung 12-4: Umrechnung mil - mm

Bei Mikrostrip-Leitungen werden die Wellenwiderstände der Leitungen durch das Verhältnis w/h und die Permittivität des Substrates bestimmt. Dabei ist w die Leiterbreite und h die Substratdicke. Hochohmige Wellenwiderstände ergeben eine kleine Leiterbreite und umgekehrt. Die kleinste Leiterbreite ist durch den Herstellungsprozess und die damit auftretenden Toleranzen gegeben und beträgt für normale Herstellungsverfahren ca. 0.15 bis 0.2 mm. Die grösste Leiterbreite ist begrenzt durch die Wellenausbreitung auf der Leitung. Es darf nur TEM-Ausbreitung vorhanden sein, d.h. die maximale Leiterbreite muss viel kleiner als λ_g sein. λ_g ist die Wellenlänge auf dem Substrat, also ungefähr $\lambda / \sqrt{\epsilon_r}$. Unter diesen Randbedingungen beträgt der realisierbare Wellenwiderstandsbereich für Mikrostripleitungen ca. 15 – 120 Ohm.

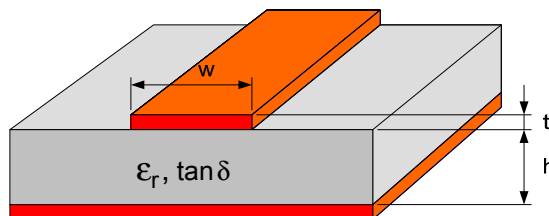


Abbildung 12-5: Mikrostrip

Oberhalb einiger 100 MHz sind konzentrierte Elemente für Filteranwendungen schwierig zu realisieren oder genügen mit ihren Eigenschaften den Anforderungen nicht mehr. Kondensatoren und Induktivitäten weisen sehr schnell eine Eigenresonanz auf, die tiefer liegt als für das entsprechende Filterglied notwendig ist. Zudem sinkt die Güte der Induktivitäten auf tiefe Werte und die Filterverluste steigen. Mit Leitungselementen können die konzentrierten Elemente aber vielfach leicht realisiert werden. Aus der Leitungstheorie ist bekannt, dass sich am Leitungsende kurzgeschlossene oder leerlaufende kurze ($< \lambda/4$) Leitungen wie Induktivitäten oder Kapazitäten verhalten. Für die verlustlose Leitung berechnet sich die Eingangsimpedanz einer mit Z_2 abgeschlossenen Leitung zu:

$$Z_{in} = Z_w \frac{Z_2 + jZ_w \tan \frac{2\pi\ell}{\lambda}}{Z_w + jZ_2 \tan \frac{2\pi\ell}{\lambda}} \quad (12.1)$$

Z_w = Wellenwiderstand der Leitung

ℓ = Leitungslänge

Damit wird für die am Leitungsende **kurzgeschlossene** Leitung mit $Z_2 = 0$:

$$Z_{in0} = jZ_w \tan \frac{2\pi\ell}{\lambda} \quad (12.2)$$

Im Winkelbereich $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ entsprechend $0 < \ell < \frac{\lambda}{4}$ ist $\tan(\varphi)$ positiv und Z_{in0} ist rein induktiv:

$$Z_w \tan \frac{2\pi\ell}{\lambda} \bigg|_{0 < \ell < \lambda/4} = \omega L \quad (12.3)$$

Im Winkelbereich $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$ entsprechend $\frac{\lambda}{4} < \ell < \frac{\lambda}{2}$ ist $\tan(\varphi)$ negativ und Z_{in0} ist rein kapazitiv:

$$Z_w \tan \frac{2\pi\ell}{\lambda} \bigg|_{\lambda/4 < \ell < \lambda/2} = \frac{1}{\omega C} \quad (12.4)$$

Da der Tangens π -periodisch ist, gelten die gleichen Beziehungen, wenn die Leitung um Vielfache von $\lambda/2$ verlängert wird.

Für die am Leitungsende leerlaufende Leitung mit $Z_2 = \infty$ gilt analog dazu:

$$Y_{in\infty} = \frac{1}{Z_{in\infty}} = jY_w \tan \frac{2\pi\ell}{\lambda} \quad Y_w = \frac{1}{Z_w} \quad (12.5)$$

$$Y_w \tan \frac{2\pi\ell}{\lambda} \bigg|_{0 < \ell < \lambda/4} = \omega C \quad (12.6)$$

$$Y_w \tan \frac{2\pi\ell}{\lambda} \bigg|_{\lambda/4 < \ell < \lambda/2} = \frac{1}{\omega L} \quad (12.7)$$

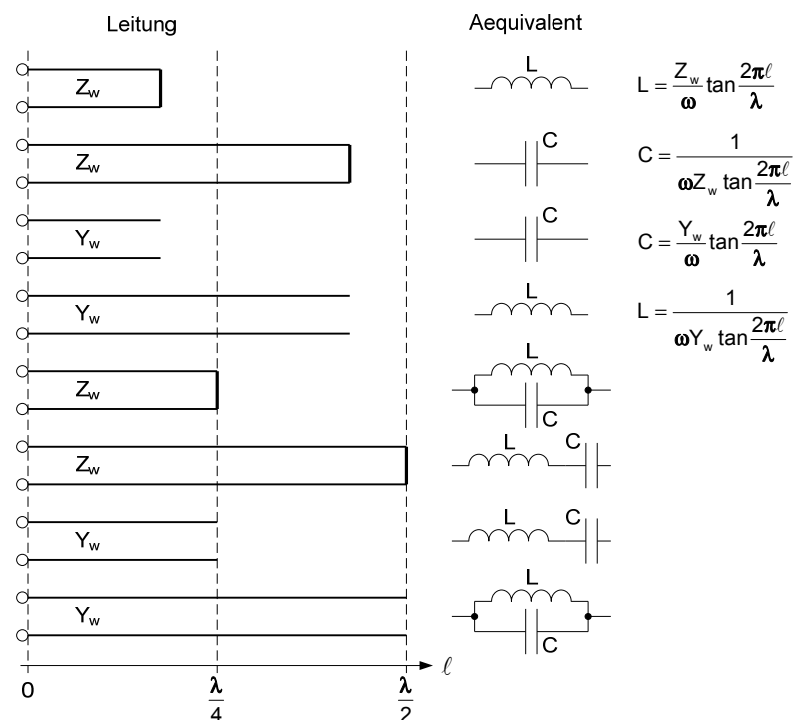


Abbildung 12-6: Leitungen als Reaktanzen

12.1 Richard's Transformation

Die oben gezeigten Zusammenhänge können auch durch die sogenannte Richard's Transformation dargestellt werden.

$$\Omega = \tan \beta \ell = \tan \frac{2\pi \ell}{\lambda} = \tan \frac{\omega \ell}{c} \quad (12.8)$$

Diese Transformation bildet die ω -Ebene in der Ω -Ebene ab und ist 2π -periodisch. Wenn die Frequenzvariable ω durch Ω ersetzt wird und auf ω_c und Z_0 resp. Y_w kann für eine Reaktanz, resp. Suszeptanz geschrieben werden

$$jX_L = j\Omega L = jL \tan \beta \ell \quad jB_C = j\Omega C \tan \beta \ell \quad (12.9)$$

Die Grenzfrequenz für den normierten Tiefpass beträgt $\Omega = 1$. Soll für ein Filter mit der Richard's Transformation die gleiche Grenzfrequenz gelten, muss

$$\Omega = 1 = \tan \frac{2\pi \ell}{\lambda} \quad \text{und damit} \quad \ell = \frac{\lambda}{8} \quad (12.10)$$

betragen. λ ist die Wellenlänge der Leitung bei ω_c .

Unter diesen Bedingungen, $\frac{\omega}{\omega_c} = \Omega = 1$ und $\ell = \frac{\lambda}{8}$, reduzieren sich die Gleichungen (12.3) und (12.6) auf

$$Z_w = L \quad Y_w = \frac{1}{Z_w} = C \quad (12.11)$$

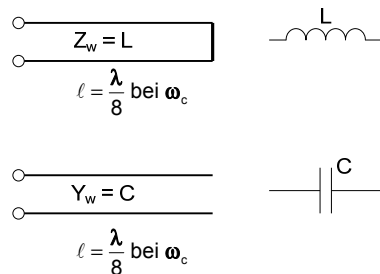


Abbildung 12-7: Richard's Transformation

Damit können die konzentrierten Induktivitäten und Kapazitäten eines Filters durch kurzgeschlossene und leerlaufende Stubs mit der Leitungslänge von $\lambda/8$ bei ω_c und dem Wellenwiderstand von $Z_w = L$ und $Z_w = 1/C$ ersetzt werden. Weil alle Leitungen die gleiche Länge aufweisen werden sie als *kommensurable* Leitungen bezeichnet.

Bei Frequenzen $\omega \neq \omega_c$ entsprechen die Impedanzen und Admittanzen der Stubs nicht mehr den Impedanzen und Admittanzen der konzentrierten Elemente. Dies resultiert in einem verzerrten Amplitudengang des mit Stubs realisierten Filters. Weiter ist der Amplitudengang periodisch mit $4\omega_c$.

Bei der Realisierung mit planaren Leitungen treten Schwierigkeiten auf, die mit weiteren Methoden beseitigt werden müssen. In Abbildung 12-8 ist der Seriostub für die Induktivität mit planaren Leitungen nur schwer erdfrei zu realisieren. Eine Umwandlung in einen Parallelstub mit Distanzierung von den beiden anderen Parallelstubs würde zu einer gut realisierbaren Struktur führen. In Abbildung 12-9 sind die beiden Parallelstubs am gleichen Leitungsort angeschlossen. Auch hier führt eine Distanzierung der beiden Stubs zu einer besser realisierbaren Struktur. Weiter ist darauf zu achten,

dass die Stubs nicht untereinander koppeln. Zum Teil führt die Richard's Transformation auch zu sehr grossen und sehr kleinen Wellenwiderständen der Leitungen.

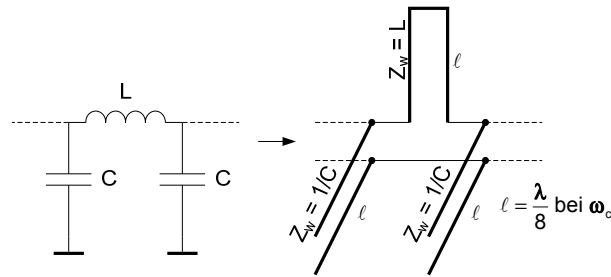


Abbildung 12-8: Richard's Transformation eines Tiefpassgliedes

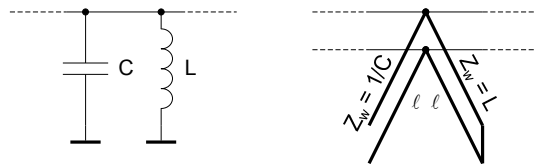


Abbildung 12-9: Richard's Transformation eines Bandpassgliedes

12.2 Kuroda Identitäten

Zu physikalisch realisierbaren Dimensionen bei Filtern und Strukturen mit kommensurablen Leitungen helfen die Kuroda Identitäten. Mit diesen Transformationen können

- Stubs physikalisch distanziert werden
- Serie-Stubs in Parallel-Stubs und umgekehrt transformiert werden
- Nicht realisierbare Impedanzen in realisierbare Impedanzen transformiert werden

Der zusätzliche Zweitor wird Unit Element UE genannt und besteht aus einer Leitung mit dem Wellenwiderstand Z und der Leitungslänge von $\lambda/8$ bei ω_c .

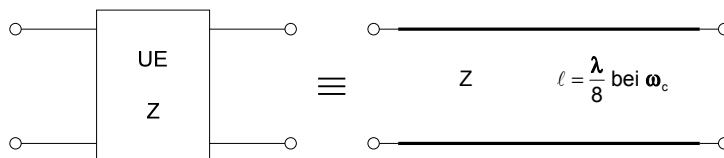


Abbildung 12-10: Unit Element UE

Alle als L dargestellten Elemente werden als kurzgeschlossene Stubs, alle als C dargestellten Elemente als leerlaufende Stubs realisiert. Die Leitungslängen betragen $\lambda/8$ bei ω_c . Die angegebenen Impedanzen und Admittanzen sind die Wellenimpedanzen und –admittanzen der entsprechenden Stubs.

Der Beweis der Identität kann leicht über den Vergleich der Kettenmatrix erfolgen.

Die Anwendung der Kuroda-Transformation wird in Kapitel 12.3.3 gezeigt.

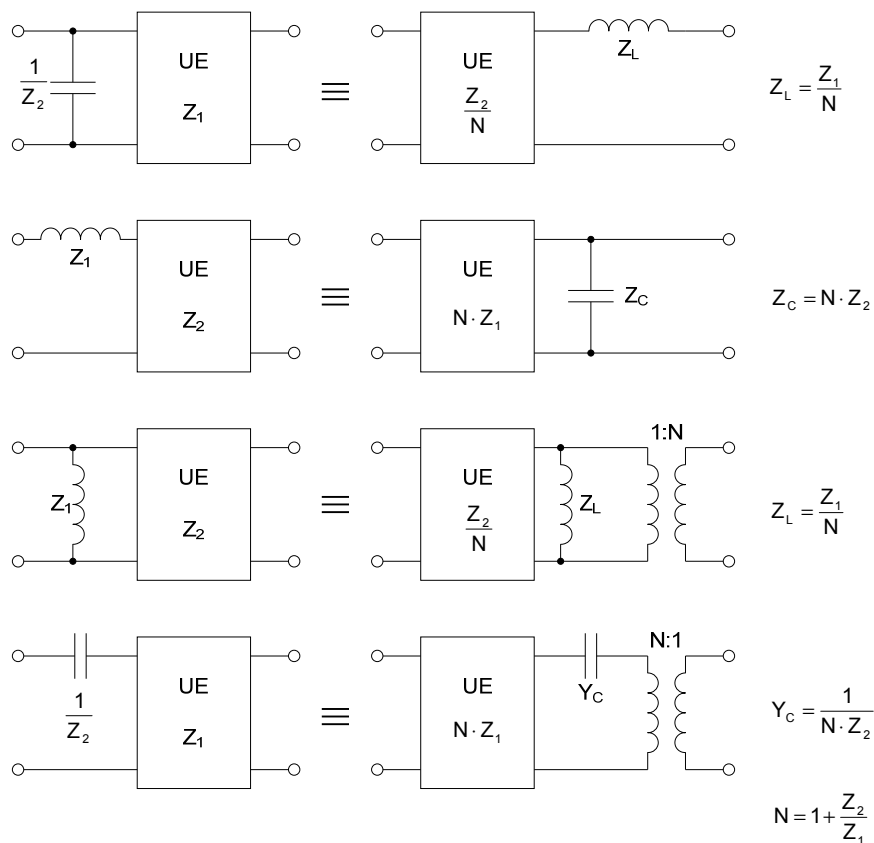


Abbildung 12-11: Kuroda Identitäten

12.3 Tiefpassfilter

Für die Realisation von Tiefpassfiltern mit Leitungselementen gibt es verschiedene Verfahren. Die drei gebräuchlichsten werden nachfolgend besprochen. Allen gemeinsam ist, dass sie keinen monotonen Sperrbereich aufweisen und Pseudopassbänder (spurious response) zeigen, die bei Tiefpässen mit konzentrierten Elementen nicht vorhanden sind. Durch Kaskadierung mehrerer Tiefpässe mit verschiedenen Grenzfrequenzen können die Pseudopassbänder unterdrückt oder gedämpft werden.

12.3.1 Stepped Impedance Tiefpassfilter

Eine einfache Methode ist, die konzentrierten Kapazitäten durch niederohmige Leitungen und die Induktivitäten durch hochohmige Leitungen zu approximieren. Durch Vergleich der Kettenmatrizen einer verlustlosen Leitung mit dem Pi- und T-Ersatzschaltbild der Leitung erhält man einfache Dimensionierungsgleichungen. Die hochohmigen und niederohmigen Leitungswellenwiderstände werden entsprechend den realisierbaren Leiterbreiten gewählt. In der Praxis werden die Leiterbreiten definiert und daraus für das angewendete Substrat die zugehörigen Wellenwiderstände und effektiv wirksamen Permittivitäten mit Hilfe von „Line“, „Linecalc“, „TXLine“ oder „TRL85“ berechnet. Die hier verwendeten Approximationen ohne Berücksichtigung der Diskontinuitäten (Sprünge der Leiterbreiten) genügen vollkommen, wenn die Schaltung in einem CAE-Simulator optimiert werden kann. Das Beispiel 12–1 zeigt den detaillierten Entwurfsablauf für diesen Filtertyp.

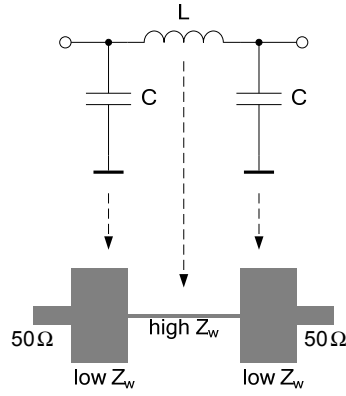
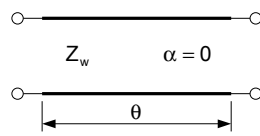
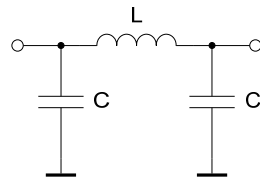


Abbildung 12-12: Stepped Impedance Tiefpassfilter



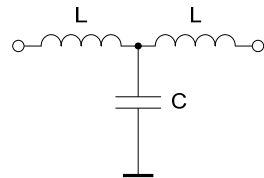
$$A_L = \begin{bmatrix} A_{L11} & A_{L12} \\ A_{L21} & A_{L22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_w \sin \theta \\ \frac{j \sin \theta}{Z_w} & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (12.12)$$

$$\theta = \frac{2\pi \ell}{\lambda} = \frac{\omega \ell}{c} \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$



$$A_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \quad (12.13)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & j\omega L \\ j\omega C(2 - \omega^2 LC) & 1 - \omega^2 LC \end{bmatrix}$$



$$A_T = \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12.14)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & j\omega L(2 - \omega^2 LC) \\ j\omega C & 1 - \omega^2 LC \end{bmatrix}$$

Abbildung 12-13: Kettenmatrix der Leitung und der Ersatzschaltbilder

Durch Gleichsetzen von A_{L12} von Gleichung (12.12) und A_{P12} von Gleichung (12.13) erhält man

$$\omega L = Z_w \sin \theta \quad (12.15)$$

sowie von A_{L11} und A_{P11}

$$\omega C = \frac{1 - \cos \theta}{Z_w \sin \theta} = \frac{1}{Z_w} \tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (12.16)$$

Für $\theta < \pi/2$ und Z_w hochohmig ist $Z_w \sin \theta$ positiv und $\frac{1}{\omega C} \ll \omega L$. Dadurch kann eine Induktivität durch eine hochohmige Leitung approximiert werden.

$$L = \frac{Z_w}{\omega} \sin \theta \quad (12.17)$$

Die notwendige Leitungslänge wird

$$\ell_L = \frac{c}{\omega_c \sqrt{\epsilon_{re}}} \sin^{-1} \left(\frac{\omega_c L}{Z_w} \right) \quad (12.18)$$

ϵ_{re} : effektiv wirksame Permittivität für die hochohmige Leitung

ω_c : Grenzkreisfrequenz des Tiefpasses

c : Lichtgeschwindigkeit im freien Raum = $3 \cdot 10^8$ m/s

Z_w : Wellenwiderstand der hochohmigen Leitung

Auf die gleiche Weise findet man durch Gleichsetzen von A_{L21} und A_{T21} sowie A_{L11} und A_{T11}

$$\omega C = \frac{\sin \theta}{Z_w} \quad (12.19)$$

$$\omega L = Z_w \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = Z_w \tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (12.20)$$

Für $\theta < \pi/2$ und Z_w niederohmig ist $\sin \theta / Z_w$ positiv und $\omega L \ll \frac{1}{\omega C}$. Dadurch kann eine Kapazität durch eine niederohmige Leitung approximiert werden.

$$C = \frac{\sin \theta}{\omega Z_w} \quad (12.21)$$

Die notwendige Leitungslänge wird

$$\ell_C = \frac{c}{\omega_c \sqrt{\epsilon_{re}}} \sin^{-1} (\omega_c Z_w C) \quad (12.22)$$

Weiter können noch die induktiven und kapazitiven Anteile der hochohmigen und niederohmigen, benachbarten Leitungen berücksichtigt werden. Die Situation mit den oben verwendeten Ersatzschaltungen zeigt für eine Induktivität L_i die Abbildung 12-14.

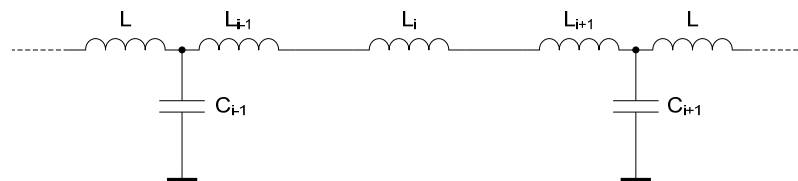


Abbildung 12-14: Benachbarte Situation für eine Induktivität

Die Induktivität L'_i der Tiefpassschaltung mit konzentrierten Elementen setzt sich zusammen aus der Induktivität L_i der hochohmigen Leitung und den parasitären Induktivitäten L_{i+1} und L_{i-1} der beiden benachbarten niederohmigen Leitungen. Die Leitungslänge der hochohmigen Leitung muss also um die Leitungslängen der parasitären Induktivitäten verkleinert werden.

Nach Abbildung 12-14 muss gelten

$$Z = Z_i + Z_{i-1} + Z_{i+1} \quad (12.23)$$

Z : Impedanz der Induktivität des Tiefpasses mit konzentrierten Elementen

Z_i : Impedanz der hochohmigen i -ten Leitung

Z_{i-1} : Impedanz der niederohmigen i-1-ten Leitung
 Z_{i+1} : Impedanz der niederohmigen i+1-ten Leitung

Die Gleichungen (12.15) und (12.20) in (12.23) eingesetzt

$$Z_L \sin \theta_i = Z_L \sin \theta_i' + Z_C \tan \left(\frac{\theta_{i-1}}{2} \right) + Z_C \tan \left(\frac{\theta_{i+1}}{2} \right) \quad (12.24)$$

$Z_L = Z_i$: Wellenwiderstand der hochohmigen Leitung
 $Z_C = Z_{i-1} = Z_{i+1}$: Wellenwiderstand der niederohmigen Leitung

Mit $\theta_m = \frac{\omega_c \ell_m}{c}$ und der Approximation für kleine θ mit $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$

$$Z_L \ell_i = Z_L \ell_i' + Z_C \frac{\ell_{i-1}}{2} + Z_C \frac{\ell_{i+1}}{2} \quad (12.25)$$

Erhält man für die korrigierte Länge der hochohmigen Leitung

$$\ell_i' = \ell_i - \frac{Z_C}{Z_L} \left(\frac{\ell_{i-1} + \ell_{i+1}}{2} \right) \quad (12.26)$$

Analog dazu findet man für die korrigierte Länge der niederohmigen Leitung gemäss Abbildung 12-15 das gleiche Resultat

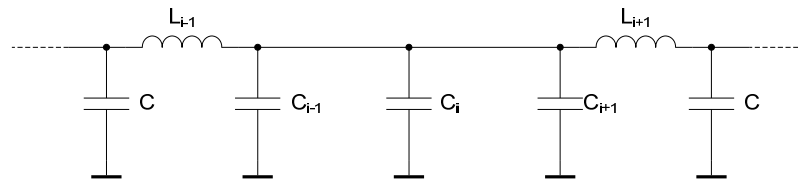


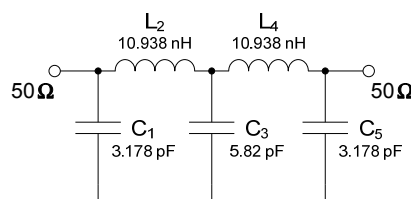
Abbildung 12-15: Benachbarte Situation für eine Kapazität

$$\ell_i' = \ell_i - \frac{Y_L}{Y_C} \left(\frac{\ell_{i-1} + \ell_{i+1}}{2} \right) = \ell_i - \frac{Z_C}{Z_L} \left(\frac{\ell_{i-1} + \ell_{i+1}}{2} \right) \quad (12.27)$$

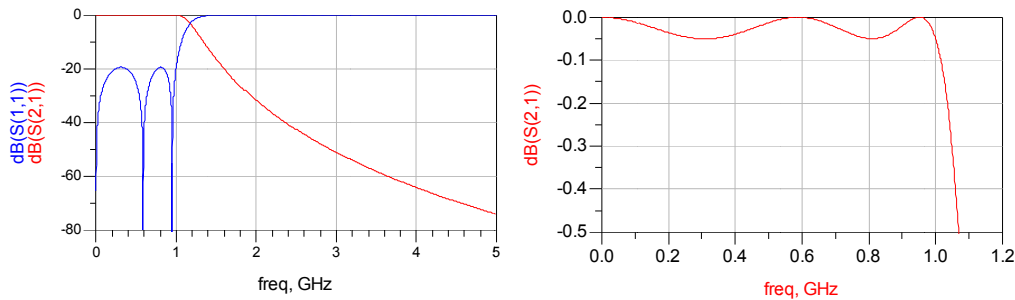
Beispiel 12–1: Stepped Impedance Tiefpassfilter

Stepped Impedance Tiefpassfilter mit $f_c = 1000$ MHz, Chebyshev-Charakteristik, $A_r = 0.05$ dB, $n = 5$, erstes Element parallel, Substrat RO4350, 60 mil, $\epsilon_r = 3.48$, $\tan \delta = 0.0037$, $w_{\min} = 0.3$ mm, $w_{\max} = 12$ mm.

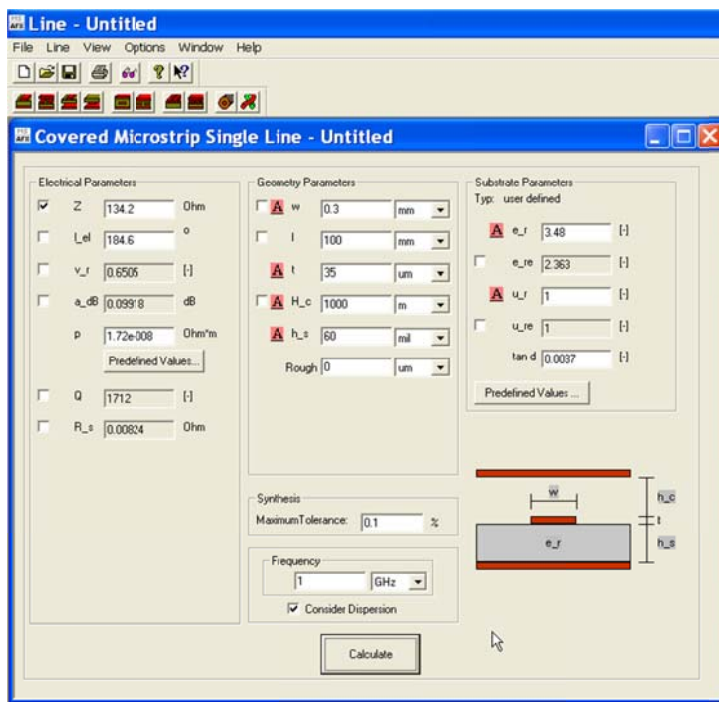
Der Designablauf erfolgt gemäss Abbildung 12-2 und wird in diesem Beispiel detailliert gezeigt. Die Filtersynthese nach Kapitel 8.1, 10.1 und 10.2 ergibt folgende Elementwerte für die konzentrierten Elemente:



Simulationsresultat des Tiefpasses mit konzentrierten Elementen:



Mit „Line“ (oder „Linecalc“ in ADS) werden die Wellenwiderstände und effektiv wirksamen Permittivitäten für die Leiterbreiten von 0.2 mm und 12 mm bestimmt:



w	Z_w	ϵ_{re}
0.3 mm	134.2 Ω	2.363
12 mm	20.16 Ω	3.05
3.4 mm	50.0 Ω	2.738

Alle C werden mit 20.16 Ω - Leitungen ($w = 12 \text{ mm}$) ersetzt, alle L mit 134.2 Ω - Leitungen ($w = 0.3 \text{ mm}$).

Berechnung der Leitungslängen:

$$\begin{aligned}
 Z_{low} &:= 20.16 \Omega & Z_{high} &:= 134.2 \Omega & \epsilon_{re,low} &:= 3.05 & \epsilon_{re,high} &:= 2.363 & f_c &:= 1000 \text{ MHz} \\
 C_1 &:= 3.178 \text{ pF} & L_2 &:= 10.938 \text{ nH} & C_3 &:= 5.82 \text{ pF} & L_4 &:= L_2 & C_5 &:= C_1 & Z_0 &:= 50 \Omega \\
 \omega_c &:= 2 \cdot \pi \cdot f_c & c &:= 3 \cdot 10^8
 \end{aligned}$$

$$l_{C1} := \frac{c}{\omega_c \cdot \sqrt{\epsilon_{re,low}}} \cdot \text{asin}(\omega_c \cdot Z_{low} \cdot C_1) = 11.327 \text{ mm}$$

$$l_{L2} := \frac{c}{\omega_c \cdot \sqrt{\epsilon_{re,high}}} \cdot \text{asin}\left(\frac{\omega_c \cdot L_2}{Z_{high}}\right) = 16.699 \text{ mm}$$

$$l_{C3} := \frac{c}{\omega_c \cdot \sqrt{\epsilon_{re,low}}} \cdot \text{asin}(\omega_c \cdot Z_{low} \cdot C_3) = 22.663 \text{ mm}$$

$$l_{L4} := l_{L2} = 16.699 \text{ mm}$$

$$l_{C5} := l_{C1} = 11.327 \text{ mm}$$

Korrigierte Leitungslängen:

$$l'_{C1} := l_{C1} - \frac{Z_{low}}{Z_{high}} \cdot \frac{l_{L2}}{2} = 10.073 \text{ mm}$$

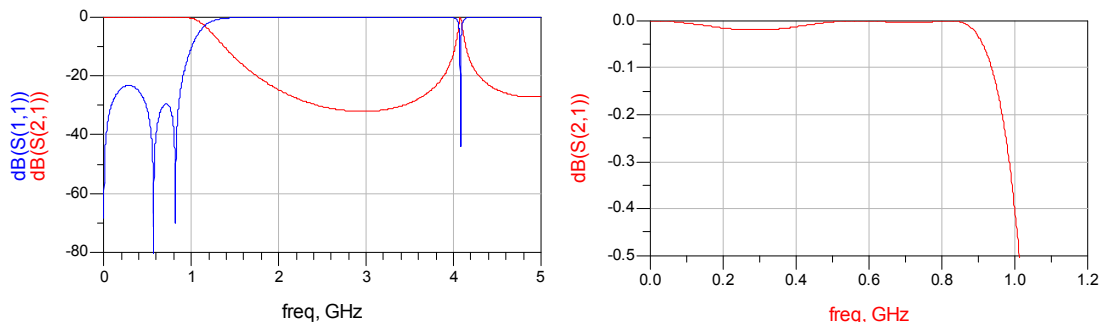
$$l'_{L2} := l_{L2} - \frac{Z_{low}}{Z_{high}} \cdot \left(\frac{l_{C1}}{2} + \frac{l_{C3}}{2}\right) = 14.146 \text{ mm}$$

$$l'_{C3} := l_{C3} - \frac{Z_{low}}{Z_{high}} \cdot \left(\frac{l_{L2}}{2} + \frac{l_{L2}}{2}\right) = 20.154 \text{ mm}$$

$$l'_{L4} := l'_{L2} = 14.146 \text{ mm}$$

$$l'_{C5} := l'_{C1} = 10.073 \text{ mm}$$

Simulationsresultat:



In dieser Simulation sind keine Diskontinuitäten (Sprünge der Leiterbreiten) und keine Verluste ($\tan \delta = 0$, Leitwert des Kupfers $= \infty$) eingefügt. Die Simulation zeigt eine ca. 10% zu tiefe Grenzfrequenz und eine zu kleine Welligkeit im Durchlassbereich. Zu beachten ist das erste Pseudopassband bei ca. 4 GHz und die endliche Dämpfung im Sperrbereich.

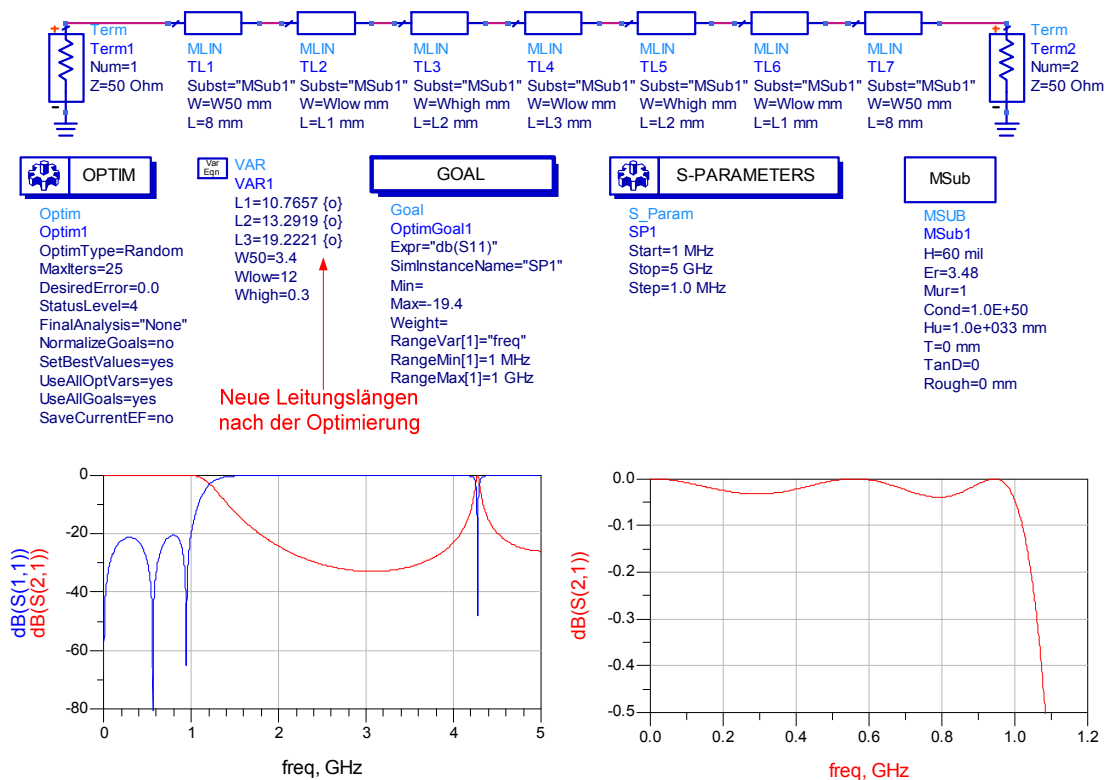
Im nächsten Simulationsschritt wird eine Optimierung durchgeführt bis die Grenzfrequenz und Welligkeit den Vorgaben entspricht. In der Optimierung wird an Stelle der Welligkeit die Rückflussdämpfung (Returnloss) als Zielgrösse verwendet, weil die absolute Wertänderung dort viel grösser ist. Der Zusammenhang zwischen Dämpfung und Reflexion wurde in Kapitel 1.4 aufgezeigt und ist gemäss Gleichung (8.8):

$$RL_{min} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 - 10^{-\frac{A_r}{10}}}}$$

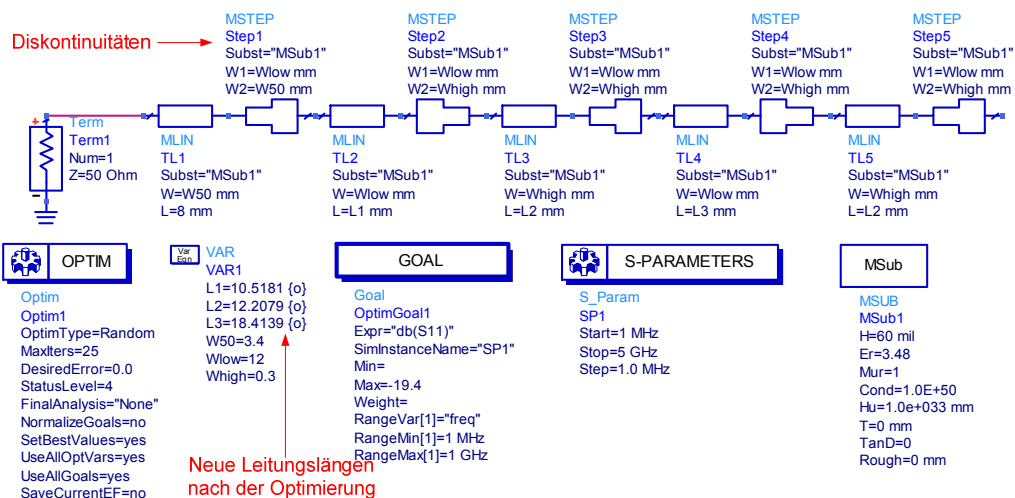
Für die in diesem Beispiel geforderte Welligkeit von $A_r = 0.05$ dB erhält man eine minimale Rückflussdämpfung im Durchlassbereich von 19.4 dB. In der Simulation wird $20\log|S_{11}|$ verwendet, was einen negativen Wert ergibt (= „Rückflussverstärkung“, dieser Ausdruck wird aber nie verwendet).

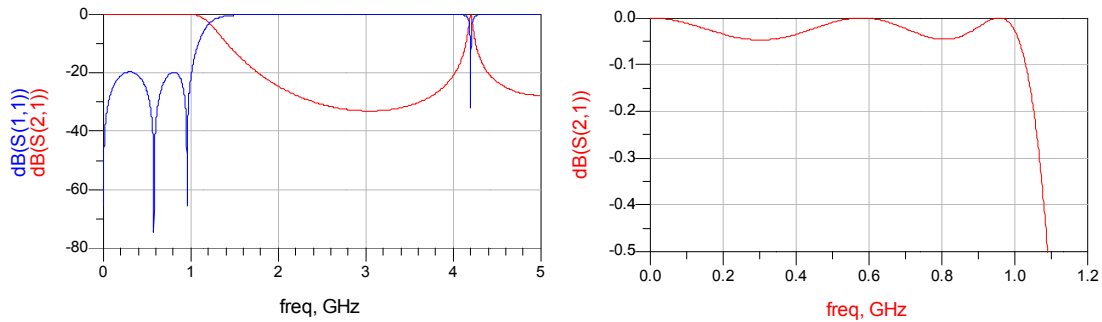
Für die Optimierung werden die Leitungslängen L_1 , L_2 und L_3 in einem kleinen Wertebereich zur Variation freigegeben. Als Zielgrösse (Goal) wird $20\log|S_{11}| = \text{dB}(S_{11}) < -19.4$ dB im Durchlassbereich vorgegeben.

Optimierung in ADS:



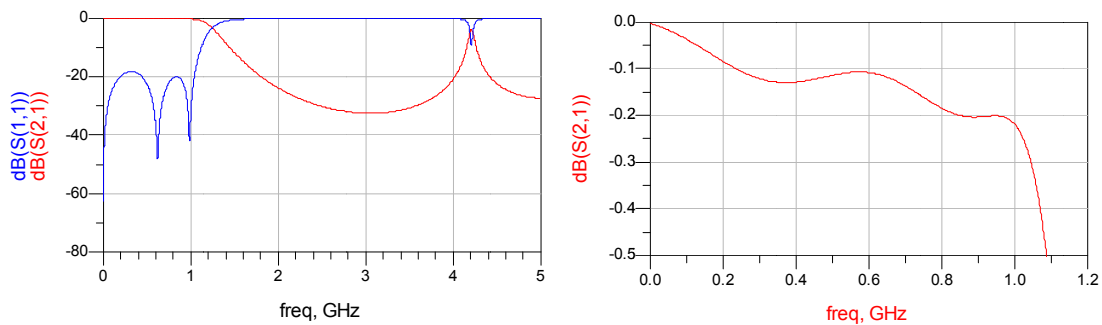
Nach dieser Optimierung können die Diskontinuitäten eingefügt und die Leitungslängen wieder optimiert werden.





Einfügen der Verluste:

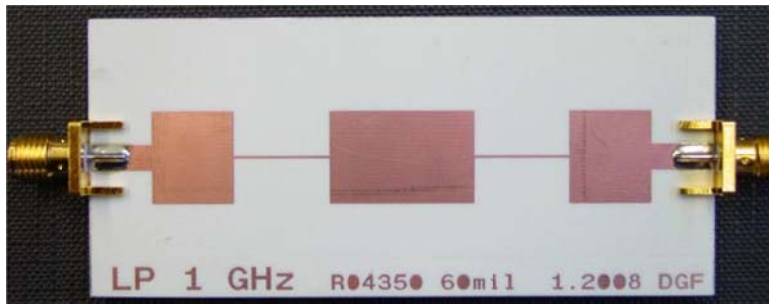
MSub	
MSUB	
MSub1	
H=60 mil	Verluste:
Er=3.48	
Mur=1	
Cond=5.8e7	Leitwert des Kupfers
Hu=1.0e+033 mn	Kupferdicke
T=35 um	Verlusttangens des Dielektrikums
TanD=0.0038	Oberflächenrauigkeit des Kupfers
Rough=2.4 um	



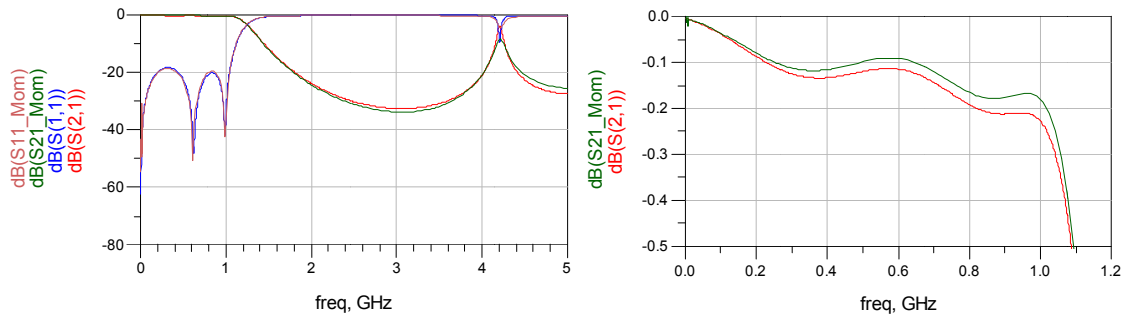
Jetzt kann das Layout erstellt und eine EM-Simulation durchgeführt werden. Die EM-Simulation berücksichtigt auch die Kopplungen zwischen den niederohmigen Leitungen. Es sollten sich nur noch kleine Unterschiede zur linearen Simulation ergeben. Die EM-Simulation benötigt wesentlich grössere Rechenzeiten als die lineare Simulation und ist stark abhängig vom „Meshing“ (Aufteilung der Struktur in einzelne Zellen) und von der Anzahl Frequenzpunkte die berechnet werden. Es empfiehlt sich, mit einem groben Mesh (25 Zellen pro Wellenlänge bei der höchsten Simulationsfrequenz) und wenigen Frequenzpunkten zu beginnen und das Mesh dann zu verfeinern und die Frequenzpunkte zu erhöhen, bis keine Unterschiede mehr festgestellt werden. Mit etwas Erfahrung findet man sehr schnell die optimalen Einstellungen.

Layout:

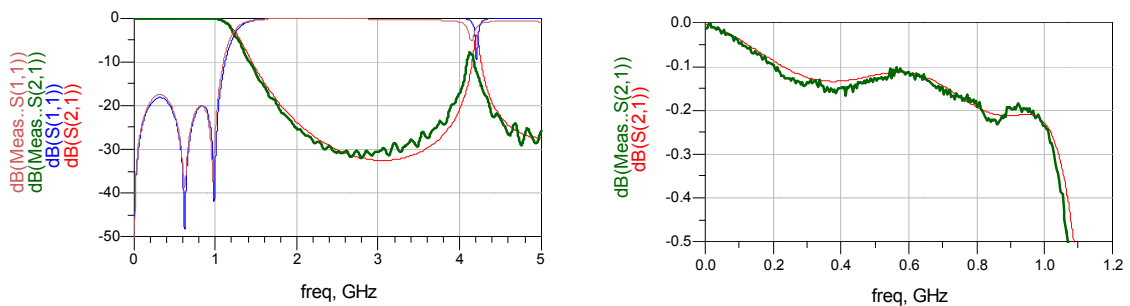




Resultat der linearen und EM-Simulation nach der Optimierung:



Vergleich der linearen Simulation und der Messung:



12.3.2 Tiefpassfilter mit Stubs

Eine weitere Methode ist, die Parallelkapazitäten durch leerlaufende Stubs zu ersetzen. Die Serieinduktivität wird wie bei Stepped Impedance Filters durch eine hochohmige Leitung approximiert.

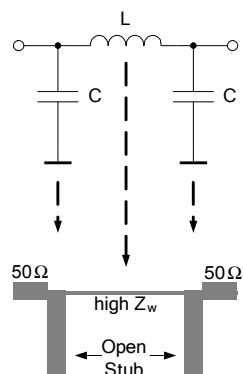


Abbildung 12-16: Tiefpassfilter mit leerlaufenden Stubs

Die Berechnung der hochohmigen Leitung erfolgt nach Gleichung (12.18)

$$\ell_L = \frac{c}{\omega_c \sqrt{\epsilon_{re}}} \sin^{-1} \left(\frac{\omega_c L}{Z_w} \right) \quad (12.28)$$

- ϵ_{re} : effektiv wirksame Permittivität für die hochohmige Leitung
 ω_c : Grenzkreisfrequenz des Tiefpasses
 c : Lichtgeschwindigkeit im freien Raum = $3 \cdot 10^8$ m/s
 Z_w : Wellenwiderstand der hochohmigen Leitung

Für die Stubs gilt nach Gleichung (12.6)

$$\omega_c CZ_w = \tan \left(\frac{\omega_c \ell}{c \sqrt{\epsilon_{restub}}} \right) \quad (12.29)$$

Es kann entweder Z_w oder ℓ gewählt werden. Als Startwert für die Stublänge kann eine auf dem Substrat gut realisierbare Länge von $\ell < \frac{\lambda_c}{4}$ mit $\lambda_c = \frac{c}{f_c \sqrt{\epsilon_{restub}}}$ gewählt werden. Ergibt sich mit dem gewählten ℓ ein unrealistisch kleiner Wellenwiderstand Z_w , muss iterativ ein Kompromiss gesucht werden. Stubs mit niederohmigem Wellenwiderstand können auch mit zwei parallel geschalteten Stubs realisiert werden. Da ϵ_{re} von Z_w abhängt, ist ein iterativer Prozess zur Bestimmung der Stubleitungslänge notwendig. Da aber viele Diskontinuitäten nicht berücksichtigt werden und auch der genaue elektrische Verbindungspunkt der verschiedenen Leitungen nicht genau bekannt ist, wird eine CAE-Optimierung unumgänglich. Ein einfacher Dimensionierungsablauf wird in Beispiel 12–2 gezeigt.

Beispiel 12–2: Stub Tiefpassfilter

Stub Tiefpassfilter mit $f_c = 1000$ MHz, Chebyshev-Charakteristik, $A_r = 0.05$ dB, $n = 5$, erstes Element parallel, Substrat RO4350, 60 mil, $\epsilon_r = 3.48$, $\tan \delta = 0.0037$, $w_{min} = 0.3$ mm. (Wie Beispiel 12–1).

Die Synthese des Tiefpasses für konzentrierte Elemente ist identisch mit Beispiel 12–1.

Die hochohmigen Leitungen zur Approximation der Induktivitäten werden mit Leiterbreiten von 0.3 mm realisiert. Damit wird mit (12.28) die Länge der beiden hochohmigen Leitungen

$$\ell_2 = \ell_4 = 16.7 \text{ mm}$$

Mit der Schätzung von $\epsilon_{restub} = 3.3$ und der Wahl der Leitungslängen für die Stubs von

$$\ell_1 = \ell_3 = \ell_5 = \frac{\lambda_c}{10 \sqrt{\epsilon_{restub}}} = 16.51 \text{ mm} \text{ werden mit Gleichung (12.29) die Wellenwiderstände für die}$$

Stubs

$$\begin{aligned}
 Z_{w1} &= Z_{w5} = 36.4 \, \Omega \\
 Z_{w3} &= 19.9 \, \Omega
 \end{aligned}$$

Der Stub mit Z_{w3} ist so niederohmig, dass er durch zwei parallelgeschaltete Stubs mit $Z_{w3a} = 38.6 \, \Omega$ realisiert werden muss. In „Line“ können nun für diese Impedanzen die effektiven Permittivitäten bestimmt werden zu

$$\epsilon_{re1} = 2.854 \quad \epsilon_{re3} = 2.822$$

Mit diesen Werten wird nun ℓ_1 neu berechnet und in „Line“ die Leiterbreiten für Z_{w1} und Z_{w3} bestimmt:

$$\begin{aligned}\ell_1 &= 17.80 \text{ mm} \\ Z_{w1} &= Z_{w5} = 36.4 \, \Omega & w_1 &= 5.52 \text{ mm} \\ Z_{w3} &= 19.9 \, \Omega \\ Z_{w3a} &= 2Z_{w3} = 39.8 \, \Omega & w_3 &= 4.84 \text{ mm}\end{aligned}$$

Berechnungen:

$$\begin{aligned}Z_{\text{low}} &:= 20.16 \, \Omega & Z_{\text{high}} &:= 134.2 \, \Omega & \epsilon_{\text{re.stub}} &:= 2.84 & \epsilon_{\text{re.high}} &:= 2.363 & f_c &:= 1000 \text{ MHz} \\ C_1 &:= 3.178 \text{ pF} & L_2 &:= 10.938 \text{ nH} & C_3 &:= 5.82 \text{ pF} & L_4 &:= L_2 & C_5 &:= C_1 & Z_0 &:= 50 \, \Omega \\ \omega_c &:= 2 \cdot \pi \cdot f_c & c &:= 3 \cdot 10^8 & \lambda &:= \frac{c}{f_c} & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \lambda &= 300 \text{ mm}\end{aligned}$$

Wahl der Leitungslänge für die Stubs:

$$l_{\text{stub}} := \frac{\lambda}{10 \cdot \sqrt{\epsilon_{\text{re.stub}}}} = 17.802 \text{ mm}$$

Berechnung von Z_w der Stubs:

$$Z_{w1} := \frac{\tan\left(\frac{\omega_c \cdot l_{\text{stub}} \cdot \sqrt{\epsilon_{\text{re.stub}}}}{c}\right)}{\omega_c \cdot C_1} = 36.385 \, \Omega$$

$$l_{L2} := \frac{c}{\omega_c \cdot \sqrt{\epsilon_{\text{re.high}}}} \cdot \arcsin\left(\frac{\omega_c \cdot L_2}{Z_{\text{high}}}\right) = 16.699 \text{ mm}$$

$$Z_{w3} := \frac{\tan\left(\frac{\omega_c \cdot l_{\text{stub}} \cdot \sqrt{\epsilon_{\text{re.stub}}}}{c}\right)}{\omega_c \cdot C_3} = 19.868 \, \Omega$$

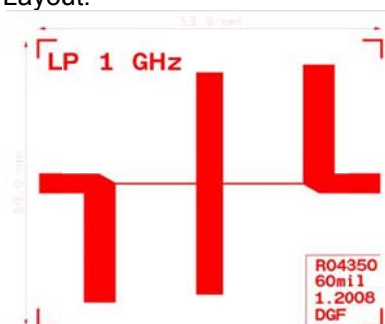
$$l_{L4} := l_{L2} = 16.699 \text{ mm}$$

Nach Einfügung aller Diskontinuitäten liefert die Optimierung der Leitungslängen:

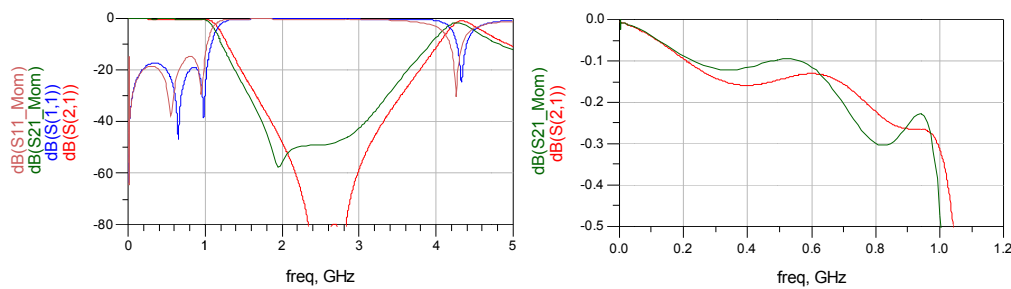
$$\begin{aligned}\ell_1 &= \ell_5 = 19.2 \text{ mm} \\ \ell_2 &= \ell_4 = 14.0 \text{ mm} \\ \ell_3 &= 19.4 \text{ mm}\end{aligned}$$

Da die Diskontinuitäten beim mittleren Stub verschieden sind zu den äusseren Stubs, ist auch die optimale Leitungslänge dieser Stubs verschieden zu den anderen Stubs.

Layout:



Resultat der linearen und EM-Simulation nach der Optimierung:



Gegenüber dem Stepped Impedance Filter weist das Stubfilter grössere Dämpfungen im Sperrbereich auf. Die Dämpfungspole entstehen durch die Pole der Stubs. Die etwas grössere Abweichung zwischen linearer und EM-Simulation sind auf die Kopplungen zwischen den Stubs zurückzuführen. In der linearen Simulation sind diese Kopplungen nicht modelliert.

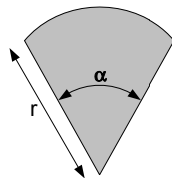
Die physikalische Platzierung der Stub im Layout sollte wenn möglich so sein, dass die Kopplung unter den Stubs vermieden wird.

Stubs können auch als sogenannte Radialstubs ausgeführt werden. Sie weisen eine etwas grössere Bandbreite auf als herkömmliche Leitungsstubs, benötigen allerdings in der Breite mehr Platz, so dass entlang einer Leitung nur eine beschränkte Anzahl Radialstubs angebracht werden können. Als einfaches Modell kann für den Radialstub die statische Kapazität verwendet werden:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{h} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \alpha r^2}{2h} \quad (12.30)$$

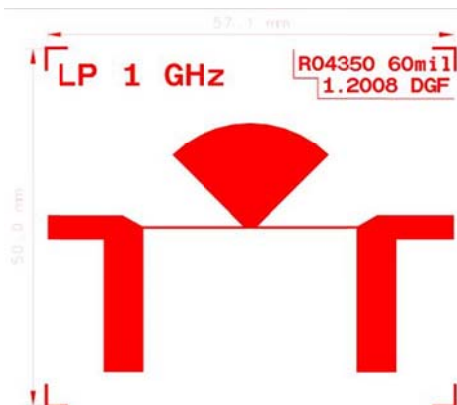
h: Substratdicke

ϵ_0 : Permittivität des Vakuums = $8.854 \cdot 10^{-12}$ F/m

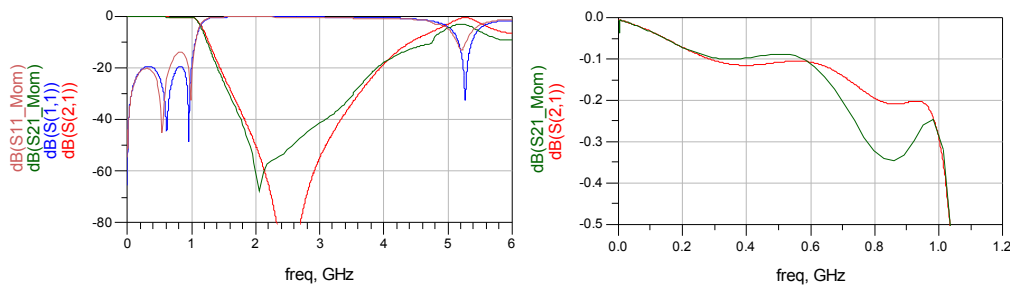


In der Spezialliteratur sind genauere Modelle beschrieben.

Layout mit einem Radialstub:



Resultat der linearen und EM-Simulation nach der Optimierung:



12.3.3 Tiefpassfilter mit kommensurablen Leitungen

Mit Hilfe der Richard's Transformation und den Kuroda-Identitäten können Tiefpassfilter mit Stubs realisiert werden. Alle Leitungen weisen die Leitungslänge von $\lambda/8$ bei ω_c auf. Die Stubs sind durch $\lambda/8$ -Leitungen voneinander distanziert. Diese Filter weisen eine Periodizität von $4\omega_c$ auf. Wie die Simulation bestätigt, weist das Filter eine Bandpasscharakteristik mit der Mittenfrequenz $4\omega_c$ und einer Bandbreite von $2\omega_c$ auf. Die nichtideale Welligkeit im Bandpassbereich entsteht durch die Diskontinuitäten bei den Verbindungen der Leitungen und kann durch eine Optimierung der Leitungslängen korrigiert werden.

Der Tiefpassprototyp muss so transformiert werden, dass er nur aus Unit Elementen und Parallelkapazitäten besteht. Diese Elemente können mit Serieleitungen und leerlaufenden Parallelstubs realisiert werden. Der Ablauf der Synthese dieser Filter ist wie folgt:

- Synthese des Protoyp-Tiefpasses gemäss Kapitel 8.1. Abbildung 12-17 a).
- Auf der Quellen- und Lastseite wird je ein Unit-Element UE mit dem Wellenwiderstand 1 eingefügt. Diese Elemente verändern den Amplitudengang des Filters nicht, sondern nur den Phasengang der Übertragungsfunktion. Abbildung 12-17 b).
- Die in Abbildung 12-17 b) grün hinterlegten Elemente werden mit der Kuroda-Identität 1 in die Schaltung gemäss Abbildung 12-17 c) transformiert.
- Auf der Quellen- und Lastseite wird je ein weiteres UE mit dem Wellenwiderstand 1 eingefügt. Abbildung 12-17 d).
- Die in Abbildung 12-17 d) grün hinterlegten Elemente werden mit der Kuroda-Identität 2 in die Schaltung gemäss Abbildung 12-17 e) transformiert.
- Alle Elemente in Abbildung 12-17 e) werden mit der gewünschten Systemimpedanz (50Ω) multipliziert und in Leitungselemente transformiert. Die Kapazitäten mit Hilfe der Richard's Transformation in leerlaufende Stubs mit der Länge $\lambda/8$ bei ω_c , und die UE in Serieleitungen mit der Länge $\lambda/8$ bei ω_c . Daraus entsteht die Leitungsstruktur gemäss Abbildung 12-17 f). Alle Leitungen lassen sich als Mikrostrip realisieren.

Typisch für diese Tiefpässe sind:

- Die UE weisen hohe Wellenwiderstände auf.
- Die Stubs am Ein- und Ausgang weisen hohe Wellenwiderstände auf.
- Die Stubs in der Mitte weisen niedrige Wellenwiderstände auf.

Zum Teil wird es schwierig die hohen Wellenwiderstände mit Mikrostrip-Leitungen zu realisieren. Stubs mit niedrigen Wellenwiderständen können durch zwei parallelgeschaltete Stubs realisiert werden.

Die hinzugefügten UE sind redundante Elemente. Das Filter enthält mehr Elemente als der Prototyptiefpass, daher werden diese Filtertypen auch als Filter mit redundanten Elementen bezeichnet.

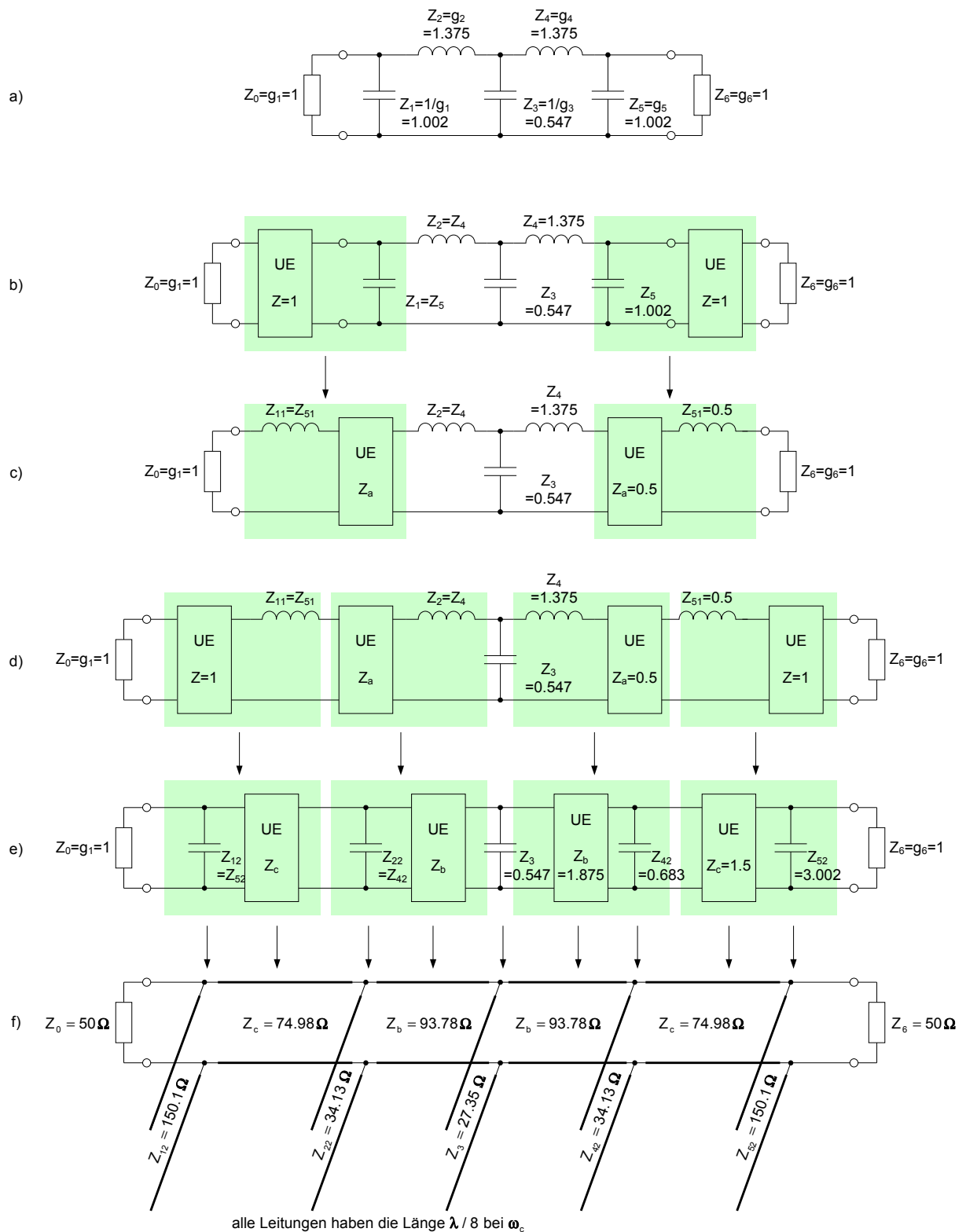


Abbildung 12-17: Dimensionierungsablauf für kommensurable Filter

Berechnungen:

$$Z := 1 \quad Z_5 := 1.002 \quad Z_4 := 1.375 \quad Z_3 := 0.547$$

$$Z'_{51} := \frac{Z^2}{Z_5 + Z} = 0.5 \quad Z'_a := \frac{Z_5 \cdot Z}{Z_5 + Z} = 0.5$$

$$Z'_{42} := Z'_a \cdot \left(1 + \frac{Z'_a}{Z_4} \right) = 0.683 \quad Z'_b := Z'_a + Z_4 = 1.875$$

$$Z'_{52} := Z \cdot \left(1 + \frac{Z}{Z'_{51}} \right) = 3.002 \quad Z'_c := Z + Z'_{51} = 1.5$$

alle Impedanzen multipliziert mit 50Ohm:

$$Z_{42} := Z'_{42} \cdot 50 \cdot \Omega = 34.134 \Omega \quad Z_b := Z'_b \cdot 50 \cdot \Omega = 93.775 \Omega$$

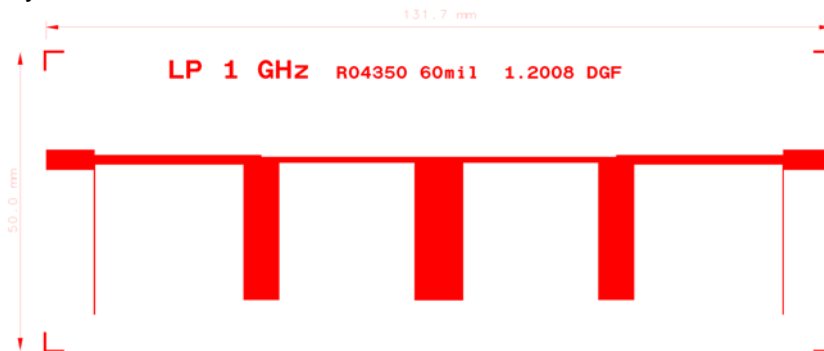
$$Z_{52} := Z'_{52} \cdot 50 \cdot \Omega = 150.1 \Omega \quad Z_c := Z'_c \cdot 50 \cdot \Omega = 74.975 \Omega$$

$$Z_3 := Z_3 \cdot 50 \cdot \Omega = 27.35 \Omega$$

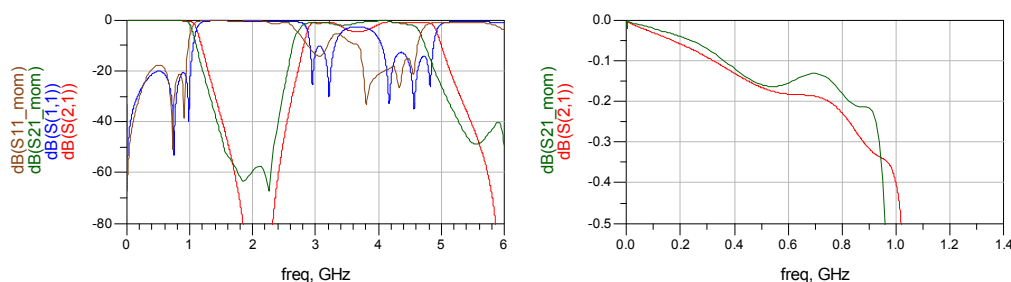
Die physikalischen Abmessungen der Mikrostripleitungen werden wieder mit „Line“ bestimmt.

Z	Impedanz	w	Synthese	Optimierung
			ℓ	ℓ
Z_{12}, Z_{52}	150.1 Ω	0.2 mm	24.6 mm	24.3 mm
Z_c	75.0 Ω	1.6 mm	23.3 mm	24.9 mm
Z_{22}, Z_{42}	34.13 Ω	6.0 mm	22.1 mm	22.8 mm
Z_b	93.78 Ω	1.0 mm	23.7 mm	22.7 mm
Z_3	27.35 Ω	8.15 mm	21.8 mm	23.1 mm

Layout:



Resultat der linearen und EM-Simulation nach der Optimierung:



Die Abweichungen zwischen linearer und EM-Simulation resultieren aus den Kopplungen zwischen den Stubs.

12.4 Hochpassfilter

Mit Leitungselementen sind „echte“ Hochpassfilter nicht zu realisieren. Sie weisen alle Pseudosperrbänder oberhalb der Grenzfrequenz auf.

12.4.1 Hochpassfilter mit „quasi konzentrierten“ Elementen

Hochpassfilter mit konzentrierten Elementen enthalten immer Serie-Kapazitäten die mit Leitungselementen nicht realisiert werden können. Für diese Kapazitäten müssen konzentrierte Elemente verwendet werden, oder sie können bestenfalls mit „quasikonzentrierten“ Interdigitalkondensatoren ersetzt werden. Die Parallelinduktivitäten können mit kurzgeschlossenen Stubs ersetzt werden. Beide Elemente weisen Nachteile auf, die bei Hochpassfiltern zu unerwünschten Eigenschaften führen.

Werden konzentrierte Kapazitäten verwendet, wird der Abstand von Stub zu Stub sehr klein und führt zu Querkopplungen der Stubs untereinander. Um den Abstand der Stubs zu vergrößern können kurze Leitungstücke auf beiden Seiten der Kondensatoren eingefügt werden, deren Induktivität aber durch vergrößern der Kapazitätswerte kompensiert werden müssen. Eine alternierende Seitenanordnung der Stubs vermindert die Querkopplungen, führt aber zu grösseren Abmessungen des Filters.

Interdigitalkondensatoren können nur für kleine Kapazitätswerte von fF bis ca. 0.5 pF realisiert werden.

Die Stubs haben nur bei der Grenzfrequenz die gewünschten Reaktanzen. Die Reaktanz steigt mit zunehmender Frequenz und zeigt das periodische Verhalten von Leitungen. Die Berechnung der Stubs erfolgt nach (12.3).

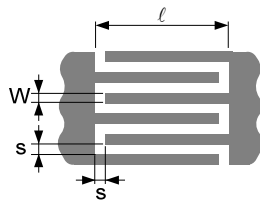


Abbildung 12-18: Interdigital Kondensator

Für $W = s$, l in mm, n = Anzahl Finger und Substratdicke $h \gg W$ kann C approximiert werden zu

$$C \approx 3.937 \cdot 10^{-14} \ell (\epsilon_r + 1) [0.11(n-3) + 0.252]$$

12.4.2 Hochpassfilter mit Stubs

Mit Invertern können Hochpassfilter mit Stubs entwickelt werden. Da die Stubs und Inverter nur bei einer Frequenz approximiert werden können, sind die resultierenden Filtereigenschaften nicht optimal und eine Optimierung auf den gewünschten Hochpassbereich in einem CAE-Werkzeug ist unumgänglich. Die Synthese mit Invertern liefert gute Startwerte für die Optimierung. Im Beispiel 12–3 wird der Designablauf gezeigt.

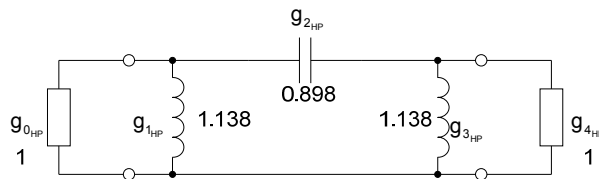
Beispiel 12–3: Hochpassfilter mit Stubs

Hochpassfilter mit Stubs. $f_c = 2000$ MHz, Chebyshev-Charakteristik, $A_r = 0.05$ dB, $n = 3$, Substrat RO4350, 60 mil, $\epsilon_r = 3.48$, $\tan\delta = 0.0037$, $t = 35$ μm , $Z_0 = 50$ Ohm.

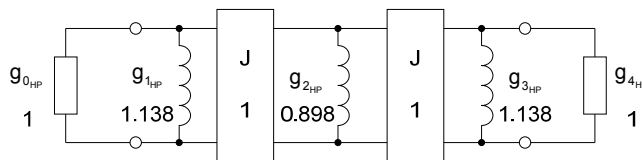
Gewählt wird eine Hochpassstruktur mit dem ersten Element parallel. Dies resultiert in der kleinsten Anzahl Kapazitäten im Serienzweig.

Die normierten Elementwerte für den Prototypiefpass werden gemäss Kapitel 8.1 oder mit Filtertabellen bestimmt. Aus den normierten Tiefpasselementen werden die normierten Elementwerte für den Prototyphochpass bestimmt:

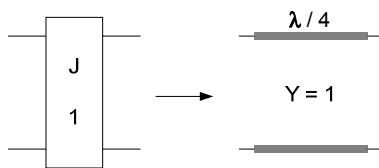
$$g_{i\text{HP}} = \frac{1}{g_{i\text{TP}}} \quad (12.31)$$



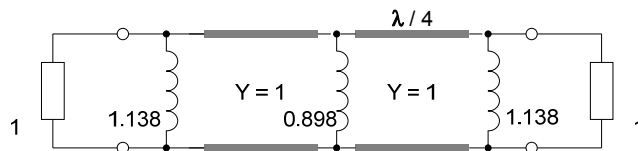
Prototyphochpass mit normierten Elementen



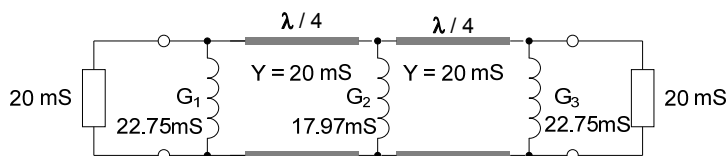
Transformation der Seriekapazität in eine Parallelinduktivität



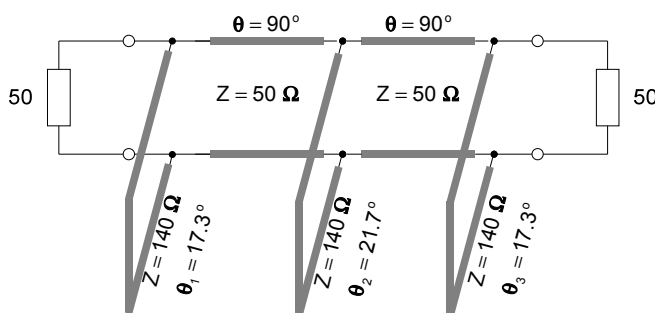
J-Inverter mit $\lambda/4$ -Leitung realisieren



J-Inverter durch Leitungen ersetzen



Admittanztransformation: alle Admittanzen mit Y_0 multiplizieren

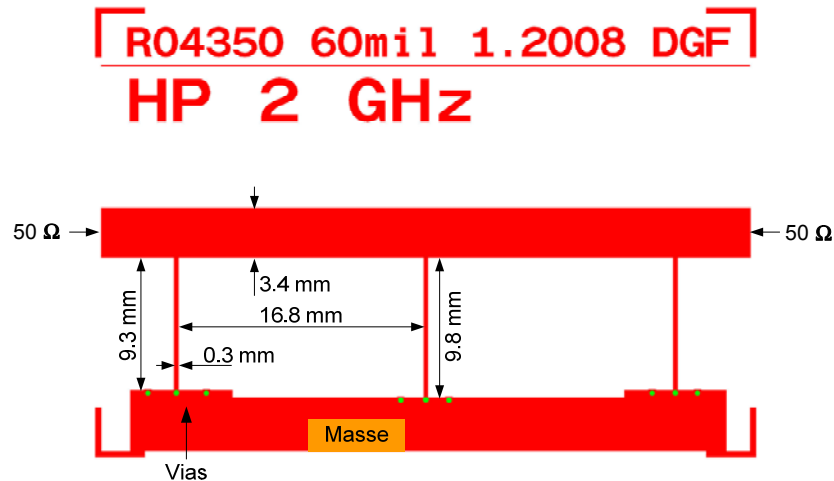


Suszeptanzen durch Stubs ersetzen. Für die Stubimpedanz wurde 140 Ohm gewählt, dies entspricht auf dem Substrat einer Leiterbreite von 0.3 mm. Die Stublängen berechnen sich mit (12.3).

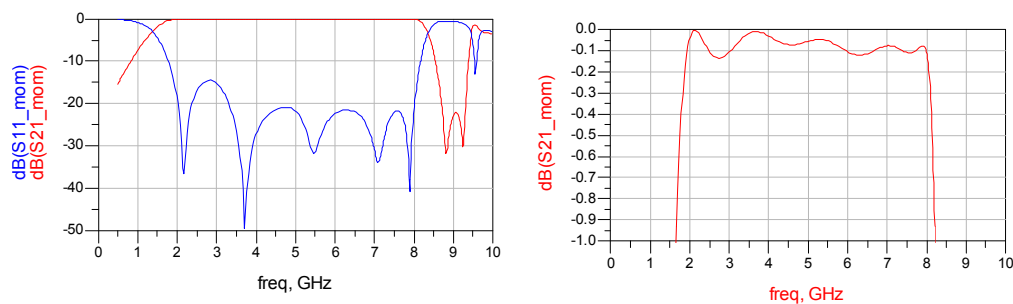
Stublängen: $\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{Y_s}{G_i}\right) \quad Y_s = \frac{1}{Z_s} = \frac{1}{140\Omega} \quad (12.32)$

Das Filter enthält zwei Elemente mehr als der Prototypochpass. Diese zusätzlichen Elemente dienen zur physikalischen Distanzierung der Stubs.

Mit „Line“ oder „LineCalc“ in ADS werden jetzt die physikalischen Abmessungen auf dem Substrat bestimmt.



EM-Simulation:



Oberhalb 8 GHz ist der zweite Sperrbereich deutlich ersichtlich.

12.5 Bandpassfilter

Für die Realisation von Bandpassfiltern in Mikrostrip sind die fünf unten aufgeführten Grundstrukturen üblich. Diese Strukturen weisen prinzipiell keine Kreuzkopplungen auf. Unter Kreuzkopplungen versteht man Kopplungen z.B. vom Eingang auf den Ausgang oder unter nicht benachbarten Resonatoren.

Die Theorie zu den hier gezeigten Strukturen ist in Lit. [2], aber auch in Lit. [5], [6], [7], [8], [9] und [10] zu finden.

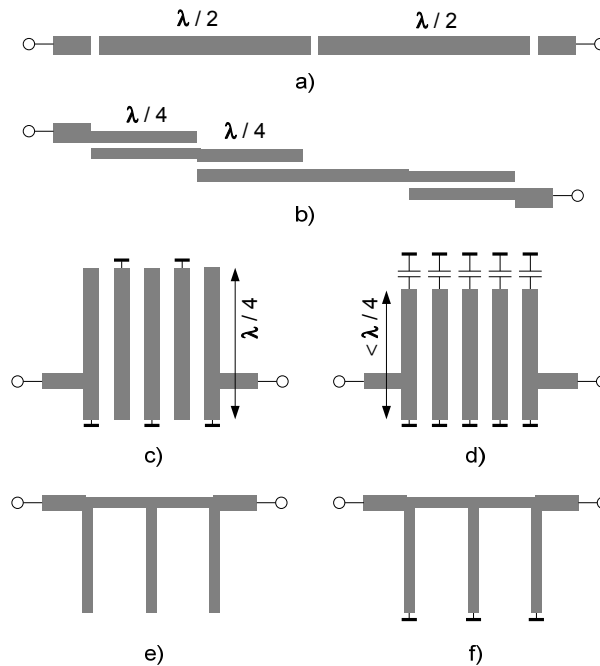


Abbildung 12-19: Strukturen für Bandpassfilter

- a) Bandpassfilter mit endgekoppelten Leitungen.
Die Leitungen bestehen aus $\lambda/2$ -Resonatoren die an ihren Enden kapazitiv gekoppelt sind. In Mikrostrip werden die Kapazitäten durch Leitungszwischenräume (Gaps) realisiert. Damit sind nur kleine Kapazitäten realisierbar und dieser Filtertyp eignet sich vorwiegend für kleine Bandbreiten ($< 10\%$).
- b) Bandpassfilter mit parallel gekoppelten Leitungen.
Dieser Filtertyp besteht aus parallel gekoppelten $\lambda/2$ -Resonatoren (edge-coupled). Die Resonatorlänge beträgt $\lambda/2$ bei der Mittenfrequenz f_0 . Die Resonatoren sind so angeordnet, dass sie über die halbe Länge ($\lambda/4$) mit dem vorangehenden und nachfolgenden Resonator gekoppelt sind. Diese Parallelanordnung ergibt wesentlich grössere Kopplungen als bei kapazitiv gekoppelten Resonatoren und ermöglicht daher auch die Realisation von grösseren Bandbreiten. Die parallel gekoppelten Leitungen können in verschiedenen geometrischen Anordnungen, wie ZigZag und Hairpin angeordnet werden.
- c) Interdigital Bandpassfilter.
Dieses Filter besteht aus einseitig kurzgeschlossenen, untereinander gekoppelten $\lambda/4$ -Resonatoren. Die Realisation in Mikrostrip resultiert manchmal in der Schwierigkeit, einen niederohmigen, induktionsarmen Kurzschluss auf kleinem Raum zu realisieren. Bei durchplattierten Verbindungen (Via) zur Massefläche auf der Rückseite sollten mehrere Vias parallel verwendet werden.
- d) Combine Bandpassfilter.
Diese Filterstruktur besteht aus einseitig kurzgeschlossenen, untereinander gekoppelten, verkürzten $\lambda/4$ -Resonatoren. Auf der leerlaufenden Seite werden die Resonatoren durch

Kapazitäten elektrisch verlängert. Diese Kapazitäten können auch abstimbar ausgeführt werden, z.B. Abstimmerschrauben die dem Leitungsende genähert werden. Alle Resonatoren sind auf der gleichen Seite kurzgeschlossen, so dass dort eine grössere Massefläche mit vielen Vias angebracht werden kann. Damit erzielt man sehr gute Kurzschlüsse.

e), f) Bandpassfilter mit leerlaufenden oder kurzgeschlossenen Stubs.

Je nach Dimensionierung können die Stubs eine Länge von $\lambda/4$ oder $\lambda/2$ aufweisen. Zum Teil haben diese Filter nur „Quasi-Bandpass“ Charakteristik, d.h. es sind Tiefpassfilter bei denen die Bandpasscharakteristik bei harmonischen Frequenzen ausgenutzt wird. Siehe auch Kapitel 12.3.

Alle diese Filtertypen sind empfindlich auf die Genauigkeit der Abmessungen. Streuungen in der Herstellung verschlechtern die Eigenschaften, so dass die realisierten Filter meist schlechtere Eigenschaften aufweisen als in der Simulation. Wenn in der Simulation im Durchlassbereich minimale Rückflussdämpfungen von 20 dB erreicht werden, weisen realisierte Filter vielleicht nur noch 15 dB auf. Die Dimensionierungsmethoden für diese Filtertypen approximieren ideale Elemente mit Leitungselementen, die nur in einem schmalen Frequenzbereich die gewünschten Eigenschaften aufweisen. Die Verwendung der Synthese der Tiefpass Prototypelemente gemäss Kapitel 7 und 8 mit der Tiefpass-Bandpass-Transformation nach Kapitel 10.4 weisen im Sperrbereich symmetrische Dämpfungsverläufe auf, die durch die Verwendung von Leitungselementen unsymmetrisch werden und unerwünschte Durchlassbereiche bei vielfachen Frequenzen der gewünschten Durchlassbereiche aufweisen.

12.5.1 Bandpassfilter mit endgekoppelten Leitungen

Dieser Filtertyp besteht aus kapazitiv gekoppelten $\lambda/2$ -Resonatoren. Die Resonatorlänge beträgt $\lambda/2$ bei der Mittenfrequenz f_0 . Die Koppelkapazitäten bestehen aus den Zwischenräumen an den Enden der Resonatoren. Die physikalische Länge des Zwischenraumes kann für eine gegebene Kapazität mit Hilfe einer EM-Simulation, oder unter Bezug eines in der Spezialliteratur beschriebenen Modelles bestimmt werden. CAE-Systeme enthalten diese Element-Modelle für Mikrostrip und andere Leitungsformen.

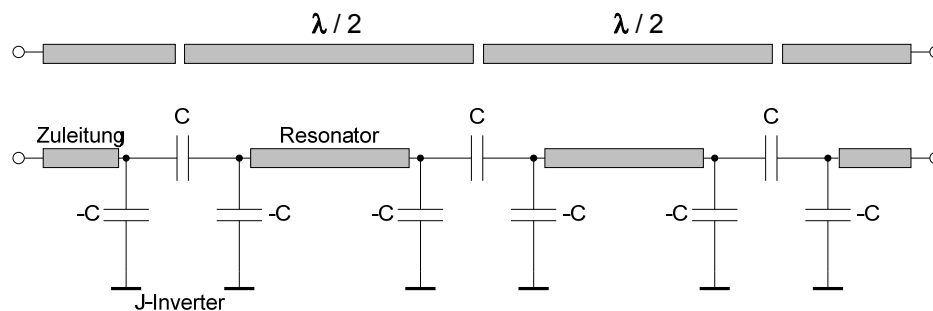


Abbildung 12-20: Bandpassfilter mit endgekoppelten Leitungen und Ersatzschaltbild

Die negativen Kapazitäten der Inverter müssen in den Leitungslängen θ_1 bis θ_n absorbiert werden.

Es kann gezeigt werden, dass eine schwach angekoppelte $\lambda/2$ -Leitung sich wie ein Parallelresonanzkreis verhält. Daher können aus der allgemeinen Bandpasstransformation gemäss Abbildung 11-19 die Dimensionierungsgleichungen hergeleitet werden.

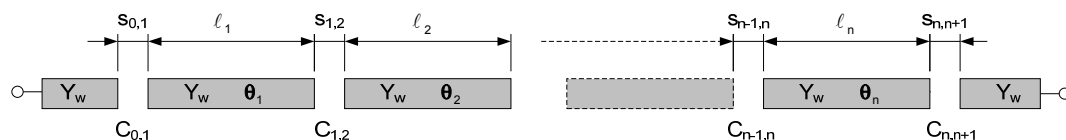


Abbildung 12-21: Abmessungen

$$J_{0,1} = Y_w \sqrt{\frac{\pi \cdot \text{FBW}}{2g_0g_1}} \quad (12.33)$$

$$J_{i,i+1} = Y_w \frac{\pi \cdot \text{FBW}}{2\sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad i = 1 \dots n-1 \quad (12.34)$$

$$J_{n,n+1} = Y_w \sqrt{\frac{\pi \cdot \text{FBW}}{2g_n g_{n+1}}} \quad (12.35)$$

$$\text{FBW} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\sqrt{\omega_1 \omega_2}} \quad (12.36)$$

FBW: Fractional Bandwidth, normierte Bandbreite
 $g_0, g_1 \dots g_{n+1}$: normierte Tiefpasselemente

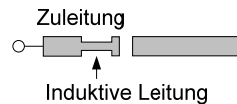
Wenn der Gap als perfekte Seri kapazität mit der Suszeptanz $B_{i,i+1}$ betrachtet wird gilt:

$$B_{i,i+1} = \frac{J_{i,i+1}}{1 - \left(\frac{J_{i,i+1}}{Y_w} \right)^2} \quad (12.37)$$

und

$$\theta_i = \pi - \frac{1}{2} \left[\tan^{-1} \left(\frac{2B_{i-1,i}}{Y_w} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{2B_{i,i+1}}{Y_w} \right) \right] \text{ rad} \quad (12.38)$$

Der zweite Term der rechten Seite dieser Gleichung entspricht der Absorption der negativen Kapazitäten der J-Inverter. Die erste und letzte negative Kapazität der J-Inverter können durch die Resonatoren nicht absorbiert werden. Eine induktive Korrektur der Quelle und Last kann, falls überhaupt notwendig, durch ein induktives Leitungsstück auf der Last- und Quellenseite erfolgen.

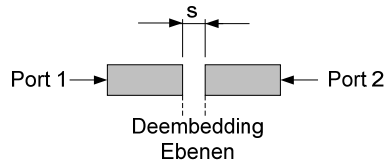


Die Kopplungskapazitäten können berechnet werden aus

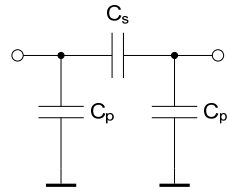
$$C_{i,i+1} = \frac{J_{i,i+1}}{\omega_0} \quad (12.39)$$

Der Gap kann in einem EM-Simulator ohne Einschränkung der physikalischen Parameter simuliert werden und damit der Gapabstand bestimmt werden. In der Simulation werden die Y-Parameter der Struktur auf den Deembedding Ebenen bestimmt.

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$



Aus den Y-Parametern lassen sich die Kapazitäten C_s und C_p des Ersatzschaltbildes bestimmen:



$$C_s = -\frac{\text{Im}(Y_{21})}{\omega_0} \quad C_p = \frac{\text{Im}(Y_{11} + Y_{21})}{\omega_0} \quad (12.40)$$

Beispiel 12–4: Bandpassfilter mit endgekoppelten Leitungen

Bandpassfilter mit endgekoppelten Leitungen. $f_0 = 3000$ MHz, Bandbreite $B = 100$ MHz, Chebyshev-Charakteristik, $A_r = 0.05$ dB, $n = 3$, Substrat RO4350, 60 mil, $\epsilon_r = 3.48$, $\tan\delta = 0.0037$, $t = 35$ μm , $Z_w = 50$ Ohm.

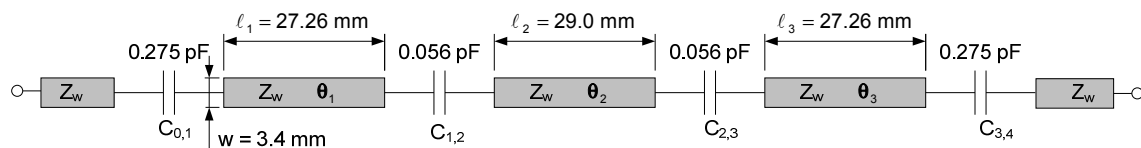
Die Filtersynthese nach Kapitel 8.1 und 10.4 ergibt folgende Elementwerte für den normierten Tiefpass: $g_0 = g_4 = 1$, $g_1 = g_3 = 0.879$, $g_2 = 1.113$

Die Berechnung der Inverter, Suszeptanzen der Kondensatoren, Kapazitäten und elektrischen Leitungslängen gemäss Gleichungen (12.33) bis (12.39) ergibt:

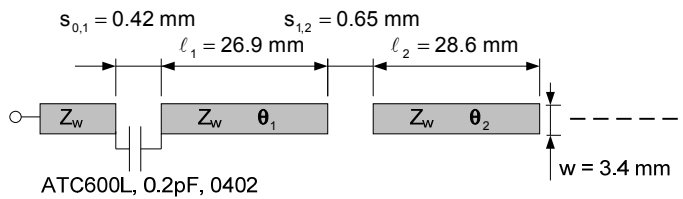
$$\begin{aligned} J_{0,1} = J_{3,4} &= 4.882 \text{ mS} & J_{1,2} = J_{2,3} &= 1.059 \text{ mS} \\ B_{0,1} = B_{3,4} &= 5.191 \text{ mS} & B_{1,2} = B_{2,3} &= 1.062 \text{ mS} \\ C_{0,1} = C_{3,4} &= 0.275 \text{ pF} & C_{1,2} = C_{2,3} &= 0.056 \text{ pF} \\ \theta_1 = \theta_3 &= 2.849 \text{ rad} = 163.25^\circ & \theta_2 &= 3.036 \text{ rad} = 173.94^\circ \end{aligned}$$

Auf dem Substrat RO4350 werden mit $Z_w = 50$ Ohm die Leitungsabmessungen:

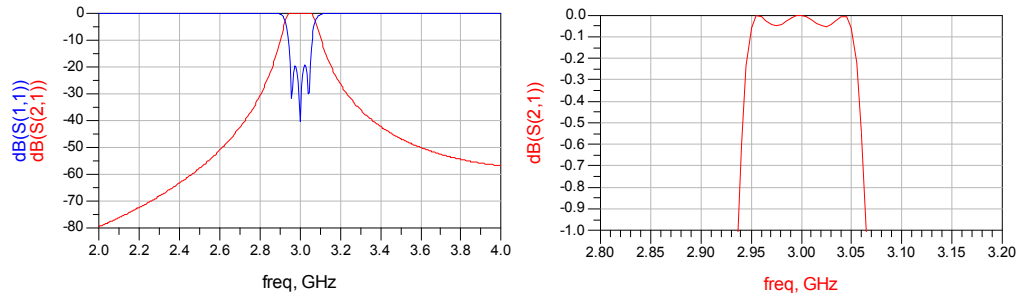
$$w = 3.4 \text{ mm} \quad \ell_1 = \ell_3 = 27.26 \text{ mm} \quad \ell_2 = 29.0 \text{ mm}$$



Für die Kapazität von 0.275 pF resultiert beim Gap ein unrealisierbar kleiner Gapabstand s , so dass diese Kapazität durch einen Gap mit Parallelschaltung einer verlustarmen, konzentrierten Kapazität (z.B. von ATC) realisiert werden muss. Nach Bestimmung der Gapabstände in einer EM-Simulation und Optimierung der Leitungslängen ergibt sich folgende Realisation:



Simulationsresultat (verlustlos):



12.5.2 Bandpassfilter mit parallel gekoppelten Leitungen

Dieser Filtertyp besteht aus parallel gekoppelten $\lambda/2$ -Resonatoren (edge-coupled). Die Resonatorlänge beträgt $\lambda/2$ bei der Mittenfrequenz f_0 . Die Resonatoren sind so angeordnet, dass sie über die halbe Länge ($\lambda/4$) mit dem vorangehenden und nachfolgenden Resonator gekoppelt sind. Diese Parallelanordnung ergibt wesentlich grössere Kopplungen als bei kapazitiv gekoppelten Resonatoren und ermöglicht daher auch die Realisation von grösseren Bandbreiten.

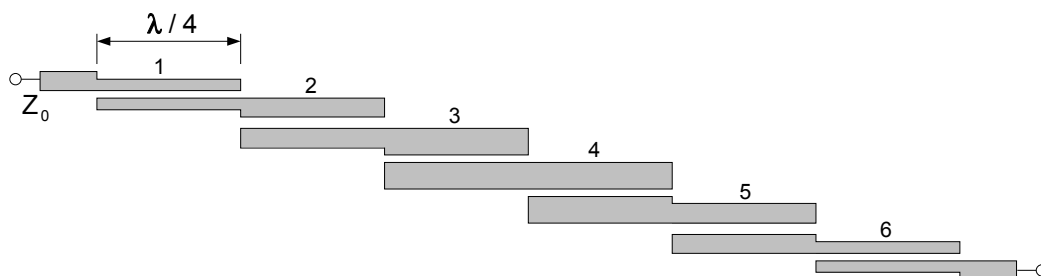


Abbildung 12-22: Bandpassfilter mit gekoppelten Leitungen

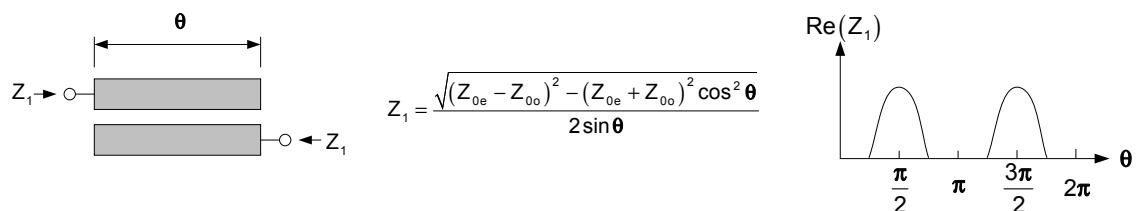


Abbildung 12-23: Eigenschaften der gekoppelten Leitung

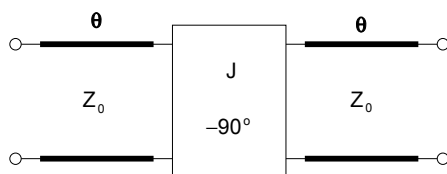


Abbildung 12-24: Ersatzschaltbild der gekoppelten Leitung

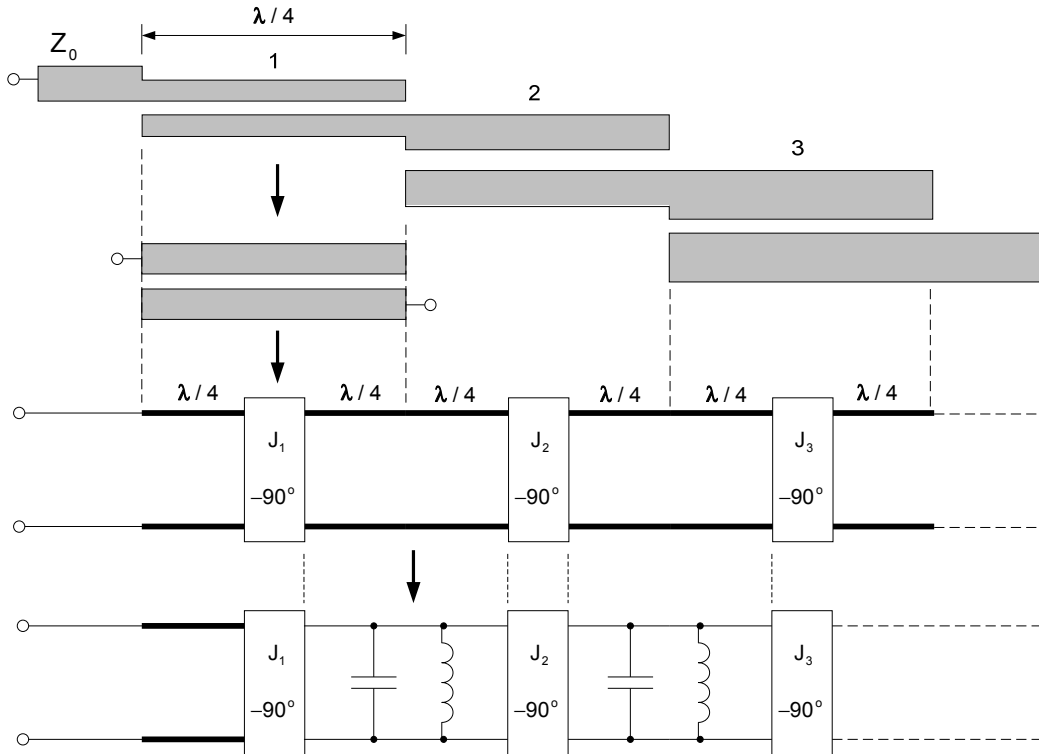


Abbildung 12-25: Entwicklung der äquivalenten Schaltung

Aus der äquivalenten Schaltung geht hervor, dass ein Bandpassfilter n-ter Ordnung n+1 gekoppelte Leitungen enthält.

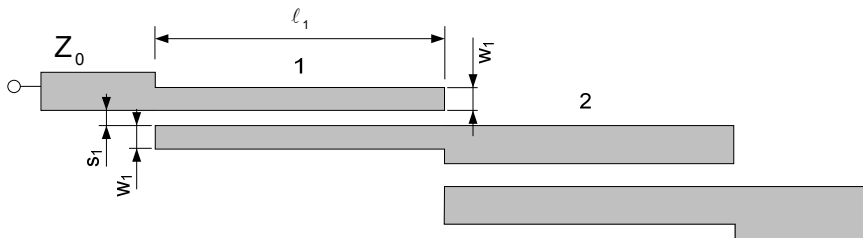


Abbildung 12-26: Abmessungen des Bandpassfilters mit gekoppelten Leitungen

Dimensionierungsgleichungen:

$$J_1 = Y_0 \sqrt{\frac{\pi \cdot \text{FBW}}{2g_0 g_1}} \quad (12.41)$$

$$J_i = Y_0 \frac{\pi \cdot \text{FBW}}{2\sqrt{g_{i-1} g_i}} \quad i = 2 \dots n \quad (12.42)$$

$$J_{n+1} = Y_0 \sqrt{\frac{\pi \cdot \text{FBW}}{2g_n g_{n+1}}} \quad (12.43)$$

$$\text{FBW} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\sqrt{\omega_1 \omega_2}} \quad (12.44)$$

FBW: Fractional Bandwidth, normierte Bandbreite
 $g_0, g_1 \dots g_{n+1}$: normierte Tiefpasselemente

$$Z_{we,i} = \frac{1}{Y_0} \left[1 + \frac{J_i}{Y_0} + \left(\frac{J_i}{Y_0} \right)^2 \right] \quad i = 1, 2 \dots n+1 \quad (12.45)$$

$$Z_{wo,i} = \frac{1}{Y_0} \left[1 - \frac{J_i}{Y_0} + \left(\frac{J_i}{Y_0} \right)^2 \right] \quad i = 1, 2 \dots n+1 \quad (12.46)$$

$Z_{we,i}$: Even Mode Impedanz des Kopplers
 $Z_{wo,i}$: Odd Mode Impedanz des Kopplers

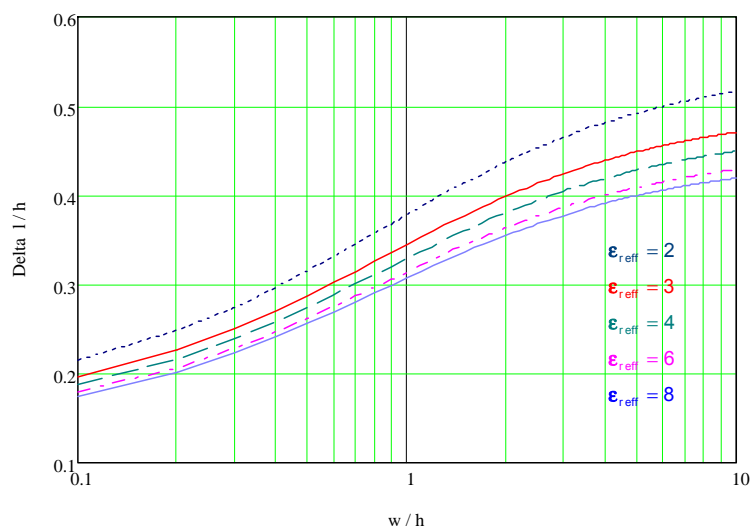
$$\ell_i = \ell'_i - \Delta\ell = \frac{\lambda_0}{4} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{re,i} \epsilon_{ro,i}}} - \Delta\ell \quad (12.47)$$

ϵ_{re} : Effektive Permittivität für den Even Mode
 ϵ_{ro} : Effektive Permittivität für den Odd Mode
 $\Delta\ell$: äquivalente Länge der open end Diskontinuität

Für die Leitungsverkürzung $\Delta\ell$ durch die Fringingkapazität der leerlaufenden Leitung gibt Lit. [13] eine empirische Gleichung an:

$$0.1 \leq \frac{w}{h} \leq 10$$

$$\frac{\Delta\ell}{h} = 0.412 \frac{\epsilon_{reff} + 0.3}{\epsilon_{reff} - 0.258} \cdot \frac{\frac{w}{h} + 0.262}{\frac{w}{h} + 0.813} \quad \text{mit } \epsilon_{reff} = \sqrt{\epsilon_{re,i} \epsilon_{ro,i}} \quad (12.48)$$



Die physikalischen Abmessungen w_i , s_i , ℓ'_i und $\epsilon_{re,i}$ und $\epsilon_{ro,i}$ werden mit $\theta = 90^\circ$, $Z_{we,i}$ und $Z_{wo,i}$ mit „Line“ bestimmt.

Beispiel 12–5: Bandpassfilter mit parallel gekoppelten Leitungen

Bandpassfilter mit parallel gekoppelten Leitungen. $f_0 = 3000$ MHz, Bandbreite $B = 100$ MHz, Chebyshev-Charakteristik, $A_r = 0.05$ dB, $n = 3$, Substrat RO4350, 60 mil, $\epsilon_r = 3.48$, $\tan\delta = 0.0037$, $t = 35$ μm , $Z_w = 50$ Ohm. (Wie Beispiel 12–4).

Die Filtersynthese nach Kapitel 8.1 und 10.4 ergibt folgende Elementwerte für den normierten Tiefpass: $g_0 = g_4 = 1$, $g_1 = g_3 = 0.879$, $g_2 = 1.113$

Die Berechnung der Inverter, Odd- und Even-Impedanzen der Koppler gemäss Gleichungen (12.41) bis (12.46) ergibt:

$$\begin{array}{ll} J_1 = J_4 = 4.882 \text{ mS} & J_2 = J_3 = 1.059 \text{ mS} \\ Z_{we,1} = Z_{we,4} = 65.18 \, \Omega & Z_{wo,1} = Z_{wo,4} = 40.78 \, \Omega \\ Z_{we,2} = Z_{we,3} = 52.79 \, \Omega & Z_{wo,2} = Z_{wo,3} = 47.49 \, \Omega \end{array}$$

Auf dem Substrat RO4350 werden die Leitungsabmessungen:

$$\begin{array}{lll} w_1 = w_4 = 2.94 \text{ mm} & s_1 = s_4 = 0.64 \text{ mm} & \ell'_1 = \ell'_4 = 15.331 \text{ mm} \\ w_2 = w_3 = 3.38 \text{ mm} & s_2 = s_3 = 3.6 \text{ mm} & \ell'_2 = \ell'_3 = 15.072 \text{ mm} \end{array}$$

Die Längenkorrekturen nach (12.48) ergeben:

$$\begin{array}{ll} \Delta\ell_1 = \Delta\ell_4 = 0.236 \text{ mm} \rightarrow & \ell_1 = \ell_4 = 15.07 \text{ mm} \\ \Delta\ell_2 = \Delta\ell_3 = 0.268 \text{ mm} \rightarrow & \ell_2 = \ell_3 = 14.81 \text{ mm} \end{array}$$

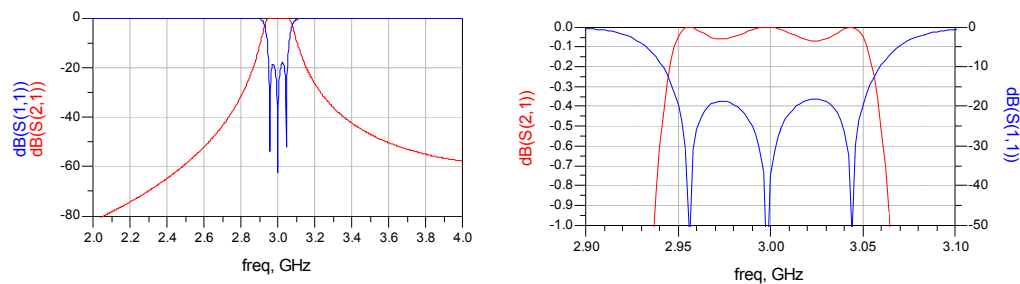
Die optimierten Abmessungen betragen:

$$\begin{array}{lll} w_1 = w_4 = 2.94 \text{ mm} & s_1 = s_4 = 0.65 \text{ mm} & \ell_1 = \ell_4 = 14.46 \text{ mm} \\ w_2 = w_3 = 3.38 \text{ mm} & s_2 = s_3 = 3.68 \text{ mm} & \ell_2 = \ell_3 = 14.35 \text{ mm} \end{array}$$

Layout:



Simulationsresultat (verlustlos):



12.5.3 Zig-Zag und Hairpin Bandpassfilter

Das Bandpassfilter mit parallel gekoppelten Leitungen gibt eine kleine Flächenausnutzung, wenn es in der Form von Abbildung 12-27 a) realisiert wird. Bessere Ausnutzungen ergeben das Zig-Zag- und das Hairpin-Filter gemäss Abbildung 12-27 b) und c). Diese Bauformen enthalten zusätzliche Diskontinuitäten und zusätzliche Kopplungen zwischen benachbarten Kopplern. Um diese Nichtidealitäten zu berücksichtigen wird eine Optimierung in einem CAE-Werkzeug unumgänglich. Die Kopplung zwischen den benachbarten Kopplern ist in linearen Simulatoren nur unbefriedigend zu modellieren und erfolgt normalerweise in einer EM-Simulation. Für die physikalischen Abmessungen können die Startwerte für die Optimierung gemäss Kapitel 12.5.2 und einigen weiteren Approximationen gewonnen werden.

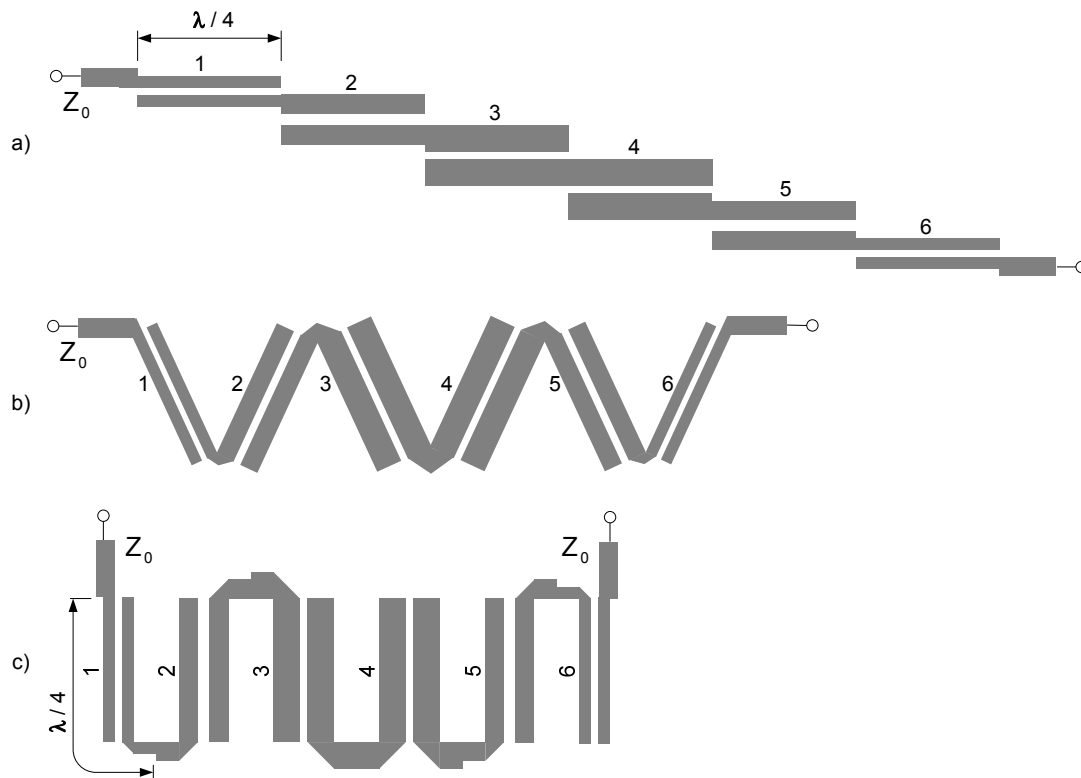


Abbildung 12-27: Verschiedene Bauformen des Bandpassfilter mit parallel gekoppelten Leitungen. a): Inline, b): Zig-Zag, c) Hairpin

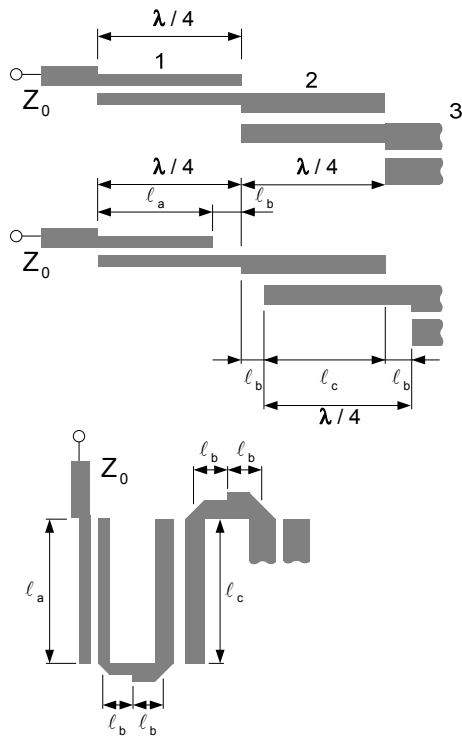


Abbildung 12-28: Entwicklung der Hairpin-Struktur aus der Inline-Struktur

Die Länge ℓ_b sollte so gewählt werden, dass die Kopplung zwischen benachbarten Kopplern möglichst gering wird. EM-Simulationen zeigen, dass diese Bedingung hinreichend erfüllt ist, wenn ℓ_b 10 bis 20% von $\lambda/4$ beträgt. Da die Kopplungslänge um ℓ_b verkürzt wird, muss die verminderte Kopplung durch Verkleinerung des Abstandes s korrigiert werden.

Die Ankopplung des Ein- und Ausgang des Filters kann auch über einen galvanischen Anzapf (Tap) gemäss Abbildung 12-29 erfolgen.

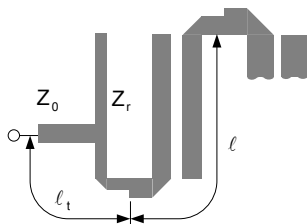


Abbildung 12-29: Tapped Hairpin

In Lit. [12] wird eine Approximation für Berechnung von ℓ_t geliefert.

$$\ell_t = \frac{2\ell}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{\pi Z_0 / Z_r}{2 Q_e} \right) \quad (12.49)$$

$$Q_e = \frac{g_0 g_1}{\text{FBW}}$$

Beispiel 12-6: Hairpin Bandpassfilter

Das Filter aus Beispiel 12-5 soll als Hairpin realisiert werden.

Die Dimensionierung wird aus Beispiel 12–5 übernommen. Wir wählen $\ell_b = 6$ mm (3 mm Leitungslänge + ca. 3 mm durch die Leitungswinkel). Damit werden die Leitungslängen der Koppler:

$$\ell_1 = \ell_4 = 15.07 \text{ mm} - 6 \text{ mm} = 9.07 \text{ mm}$$

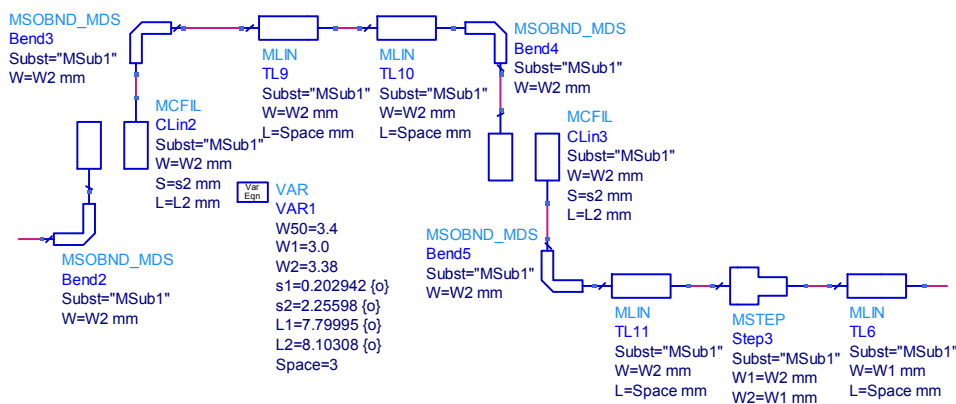
$$\ell_2 = \ell_3 = 14.81 \text{ mm} - 6 \text{ mm} = 8.81 \text{ mm}$$

In ADS werden diese Startwerte zusammen mit den Diskontinuitäten (Leitungswinkel, Sprünge der Leiterbreiten) zur Optimierung im linearen Simulator verwendet und die Längen und Abstände der Kopplungsleitungen zur Variation freigegeben.

Die optimierten Abmessungen betragen:

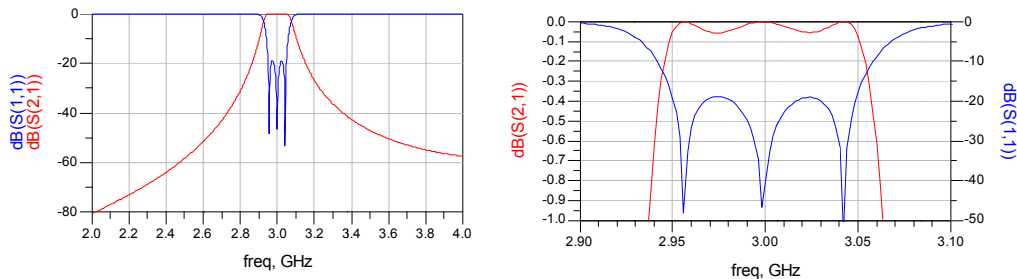
$$w_1 = w_4 = 2.94 \text{ mm} \quad s_1 = s_4 = 0.2 \text{ mm} \quad \ell_1 = \ell_4 = 7.8 \text{ mm}$$

$$w_2 = w_3 = 3.38 \text{ mm} \quad s_2 = s_3 = 2.25 \text{ mm} \quad \ell_2 = \ell_3 = 8.1 \text{ mm}$$



Die Leitungslänge zwischen den Kopplern wird noch um die Leitungswinkel um ca. die Leiterbreite vergrößert. Eine zusätzliche Verlängerung erfolgt durch die Diskontinuitäten.

Simulationsresultat (verlustlos):



Die EM-Simulation zeigt eine Mittenfrequenz von 3.15 GHz und eine etwas zu kleine Bandbreite. Durch kleine Korrekturen der Längen und Kopplungsabstände können leicht die gewünschten Resultate erreicht werden.

Layout:



12.5.4 Interdigital Bandpassfilter

In Mikrostriptechnik kann das Interdigitale Bandpassfilter gemäss Abbildung 12-30 realisiert werden. Die Resonatoren haben bei der Mittenfrequenz eine elektrische Länge von $\lambda/4$ und sind abwechselnd an einem Ende kurzgeschlossen und am anderen Ende leerlaufend. Die Kopplung der Resonatoren wird durch die Abstände $s_{2,1}$ bis $s_{n-1,n}$ bestimmt. Die mechanischen Längen der Resonatoren werden durch die Streukapazität am offenen Ende verkürzt. Durch die Ein- und Auskopplung am ersten und letzten Resonator muss die an diesen Resonatoren notwendige Zusatzkapazität durch eine Verlängerung dieser Resonatoren realisiert werden. Die Impedanzen Z_1 bis Z_n bezeichnen die Impedanzen der einzelnen Mikrostripleitungen mit den Breiten w_1 bis w_n . Grundsätzlich können die Leiterbreiten w_1 bis w_n verschiedene Werte aufweisen. Um die Dimensionierung zu vereinfachen werden hier alle Leiterbreiten gleich angenommen $w_1=w_2=\dots=w_n$. Damit wird auch $Z_1=Z_2=\dots=Z_n$. Meistens weisen diese Filter oberhalb des Durchlassbereiches eine Nullstelle der Übertragung auf. Diese Nullstelle entsteht durch zusätzliche Querkopplung zwischen den Resonatoren. Die Theorie zu diesem Filtertyp ist in Lit. [2] zu finden.

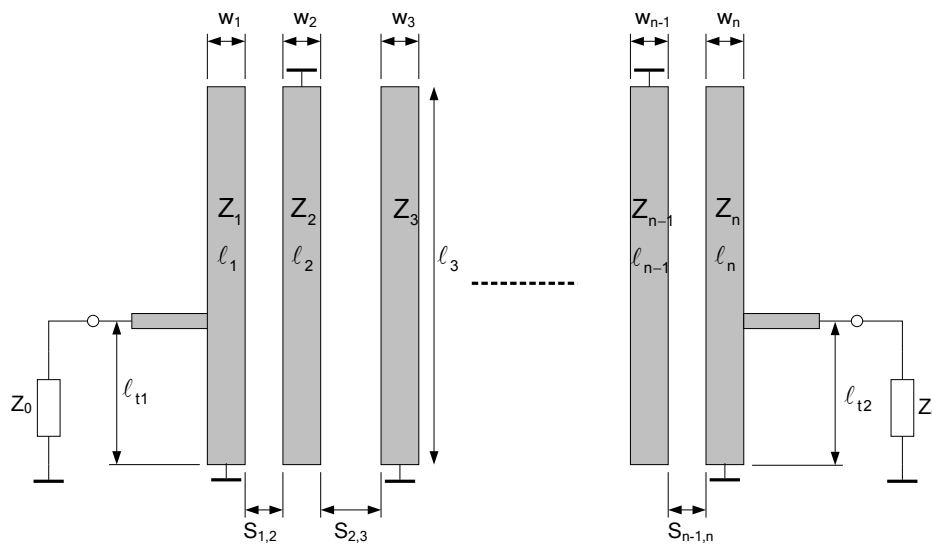


Abbildung 12-30: Interdigitales Bandpassfilter

Dimensionierung schmalbandiger Filter ($FBW \leq 10\%$):

In Lit. [14] und [12] ist eine Methode aufgezeigt, bei der die Kopplungskoeffizienten zwischen den Resonatoren mit Hilfe der normierten Tiefpassprototypenelementen berechnet werden kann. Die Bestimmung der Filterordnung n und die Berechnung der normierten Elementwerte g_0 bis g_{n+1} erfolgt nach Kapitel 7 (Butterworth), 8 (Chebyshev) und 10.4 (Tiefpass-Bandpass-Transformation). Dabei ist zu beachten, dass damit ein symmetrisches Verhalten im Sperrbereich vorausgesetzt wird, was aber für Filter mit Leitungselementen nie der Fall ist. Die Filterordnung n ist je nach Dämpfungsanforderungen im Sperrbereich eventuell grösser zu wählen. Damit bei Chebyshevfiltern $g_0 = g_{n+1}$ und damit die Ankopplung am Ein- und Ausgang des Filters gleich ist, sollte für eine einfache Dimensionierung $n = \text{ungerade}$ gewählt werden. Die mechanischen Abstände $s_{i,i+1}$ erhält man durch die Bestimmung der Kopplungskoeffizienten in einer EM-Simulation. In Lit. [12] sind Kurven für Basismaterial mit $\epsilon_r = 2.22$ und $\epsilon_r = 9.8$ zu finden.

Kopplungskoeffizienten zwischen den Resonatoren:

$$K_{i,i+1} = \frac{FBW}{\sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad i = 1 \dots n \quad (12.50)$$

Externe Güte der Endresonatoren:

$$Q_{e1} = \frac{g_0 g_1}{\text{FBW}} \quad Q_{en} = \frac{g_n g_{n+1}}{\text{FBW}} \quad (12.51)$$

$$\text{FBW} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\sqrt{\omega_1 \omega_2}} \quad (12.52)$$

FBW: Fractional Bandwidth, normierte Bandbreite

Die Leiterbreite w ist für alle Resonatoren gleich und wird üblicherweise so gewählt, dass die Impedanz Z_i der einzelnen Mikrostripleitung im Bereich zwischen 50 und 80 Ohm liegt. Die Leerlaufgüte der Resonatoren nimmt mit kleiner Leiterbreite ab.

Die Längen ℓ_2 bis ℓ_{n-1} der Resonatoren 2 bis $n-1$ sind

$$\ell_i = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{\epsilon_{re}}} - \Delta\ell_i \quad i = 2 \dots n-1 \quad (12.53)$$

$\Delta\ell_i$ ist die Verkürzung durch das offene Leitungsende und kann approximiert werden mit (12.48)

$$\Delta\ell_i \approx 0.412h \frac{\epsilon_{re} + 0.3}{\epsilon_{re} - 0.258} \frac{\frac{w}{h} + 0.262}{\frac{w}{h} + 0.813} \quad (12.54)$$

mit ϵ_{re} = effektive Permittivität der einzelnen Mikrostripleitung

Bei den Resonatoren 1 und n wird durch den Anzapf eine Zusatzkapazität notwendig, die durch eine Leitungsverlängerung von $\Delta\ell_1$ realisiert wird.

$$\ell_1 = \ell_n = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{\epsilon_{re}}} - \Delta\ell_i + \Delta\ell_1 \quad (12.55)$$

$$\Delta\ell_1 = \frac{\lambda_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{re}}} \tan^{-1}(Z_0 2\pi f_0 C_t) \quad \text{mit } C_t \text{ nach (12.70)} \quad (12.56)$$

Die Längen $\Delta\ell_{t1}$ und $\Delta\ell_{t2}$ für den Abgriff der Ein- und Auskopplung berechnen sich aus

$$\ell_{t1} = \frac{2\ell_1}{\pi} \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\pi Z_0}{4Z_i Q_{e1}}}\right) \quad \ell_{t2} = \frac{2\ell_n}{\pi} \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\pi Z_0}{4Z_i Q_{en}}}\right) \quad (12.57)$$

In Lit. [15] ist gezeigt, wie diese Längen auch durch EM-Simulation ermittelt werden können. In der gleichen Publikation wird auch die EM-Simulation zur Ermittlung der Kopplungskoeffizienten beschrieben. Zwei lose angekoppelte Resonatoren gleicher Resonanzfrequenz zeigen in der Übertragungsmessung zwei Spitzen, deren Frequenzabstand eine Funktion der Kopplung der beiden Resonatoren ist. Der Kopplungskoeffizient kann berechnet werden aus

$$K = \frac{f_{\text{high}}^2 - f_{\text{low}}^2}{f_{\text{high}}^2 + f_{\text{low}}^2} \quad (12.58)$$

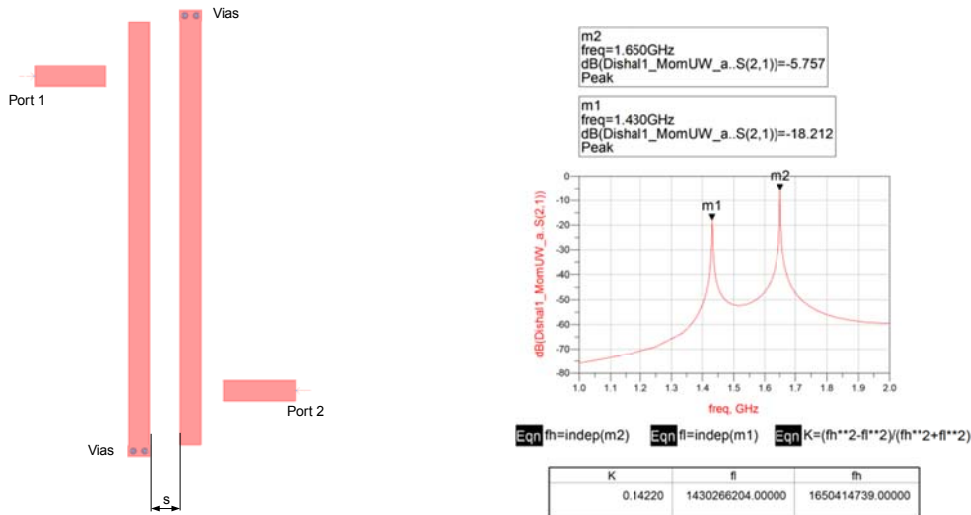


Abbildung 12-31: Layout und EM-Simulation zur Bestimmung des Kopplungskoeffizienten

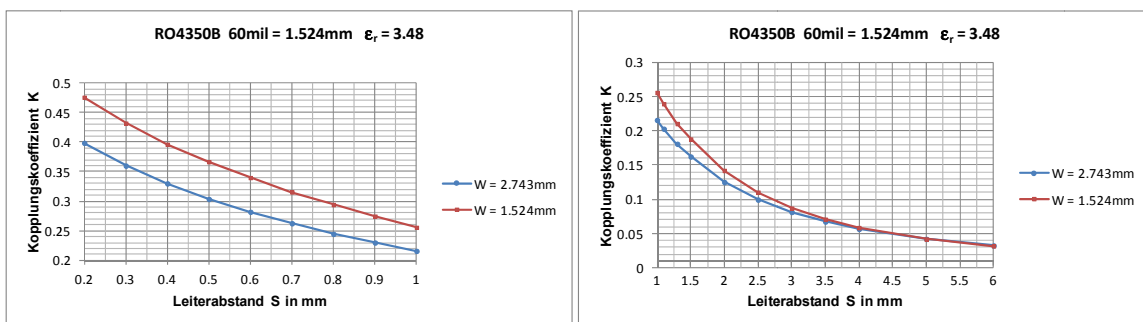


Abbildung 12-32: Kopplungskoeffizient in Funktion des Leiterabstandes S, RO4350B 60mil

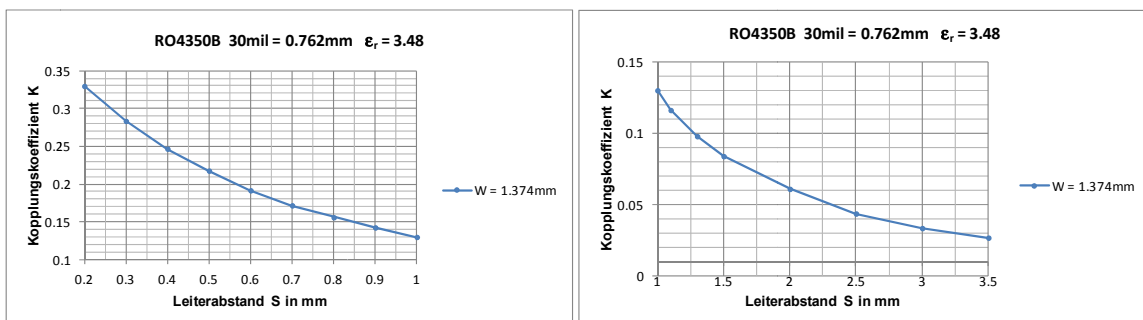


Abbildung 12-33: Kopplungskoeffizient in Funktion des Leiterabstandes S, RO4350B 30mil

Beispiel 12-7: Interdigitales Bandpassfilter 1

$f_0 = 2400$ MHz, Bandbreite $B = 200$ MHz, Chebyshev-Charakteristik, $A_r = 0.05$ dB, $n = 5$, Substrat RO4350, 30 mil, $\epsilon_r = 3.48$, $\tan\delta = 0.0037$, $t = 35$ μ m, $Z_0 = 50$ Ohm.

Die Filtersynthese nach Kapitel 8.1 und 10.4 ergibt folgende Elementwerte für den normierten Tiefpass: $g_0 = g_6 = 1$, $g_1 = g_5 = 0.998$, $g_2 = g_4 = 1.375$, $g_3 = 1.828$

Die Berechnung Kopplungskoeffizienten und externen Q gemäss Gleichungen (12.50) bis (12.52) ergibt:

$$FBW = 0.083$$

$$K_{1,2} = K_{4,5} = 0.07114$$

$$K_{2,3} = K_{3,4} = 0.05256$$

$$Q_{e1} = Q_{e5} = 11.976$$

Für die Resonatoren wählen wir eine Leiterbreite von 1.374 mm ($w/h=1.8$) und berechnen damit in Lincalc von ADS die Mikrostrip Impedanz und die effektive Permittivität

$$w_1 \text{ bis } w_5 = 1.374 \text{ mm}$$

$$Z_1 = 57 \Omega$$

$$\epsilon_{re} = 2.67$$

Die Leitungslängen werden nach (12.53) und (12.54):

$$\ell_i = 18.8 \text{ mm}$$

Die zusätzliche Länge der Endresonatoren wird hier vernachlässigt und erst in der Optimierung in ADS korrigiert. Damit wird die Länge für den Abgriff am Ein- und Ausgang mit (12.57)

$$\ell_{t1} = \ell_{t2} = 2.9 \text{ mm}$$

In Abbildung 12-33 findet man die notwendigen Leiterabstände:

$$K_{1,2} = K_{4,5} = 0.07114 \rightarrow s_{12} = s_{45} = 1.8 \text{ mm}$$

$$K_{2,3} = K_{3,4} = 0.05256 \rightarrow s_{23} = s_{34} = 2.3 \text{ mm}$$

Die in ADS optimierten Abmessungen betragen:

$$w_i = 1.37 \text{ mm}$$

$$\ell_{t1} = \ell_{t5} = 3.2 \text{ mm}$$

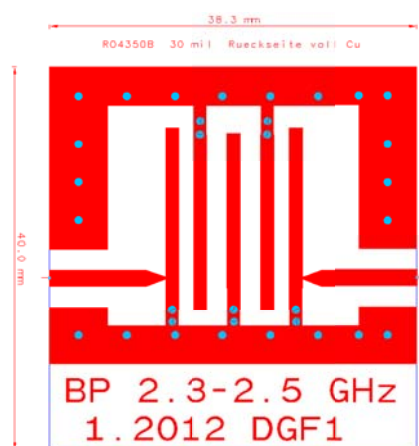
$$s_{12} = s_{45} = 1.62 \text{ mm}$$

$$\ell_1 = \ell_5 = 19.00 \text{ mm}$$

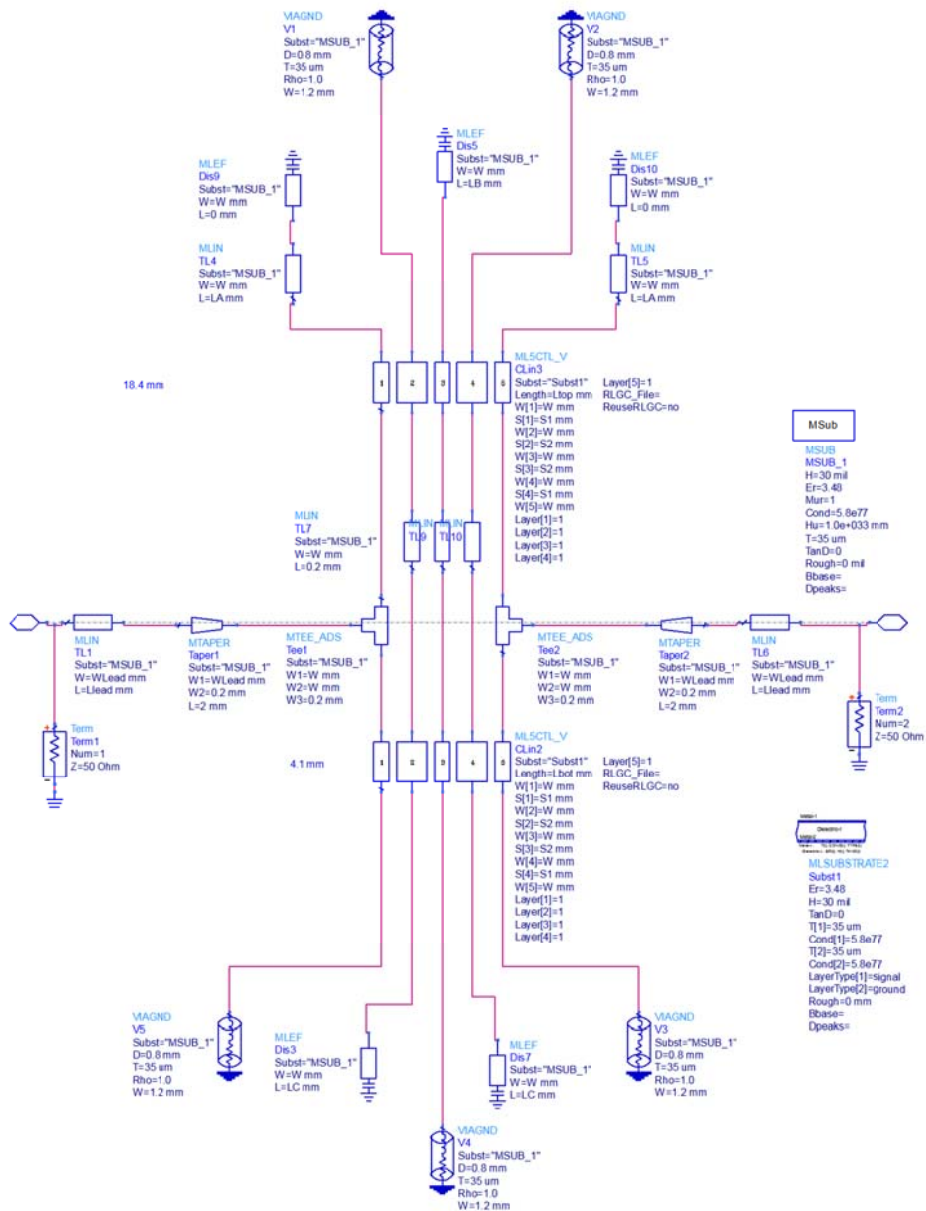
$$s_{23} = s_{34} = 2.12 \text{ mm}$$

$$\ell_2 = \ell_3 = \ell_4 = 18.35 \text{ mm}$$

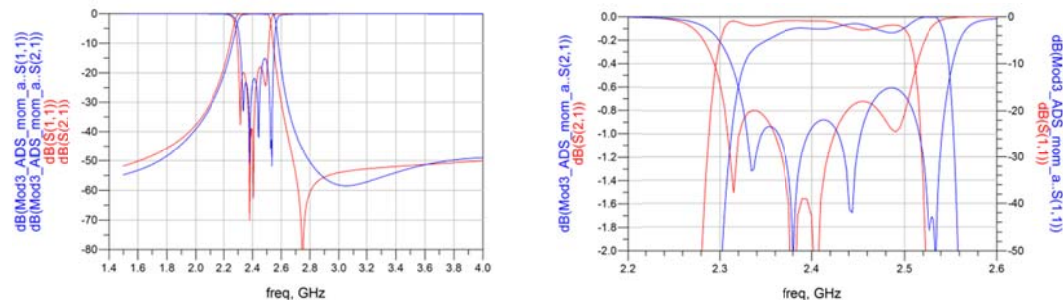
Layout:



Schema:



Simulationsresultat (verlustlos):



Die EM-Simulation zeigt eine Frequenzverschiebung von ca. +50 MHz gegenüber der Schemasimulation.

Dimensionierung breitbandiger Filter (FBW 20%-50%):

Für grosse Bandbreiten ist die Methode nach Dishal Lit. [14] nicht gültig. In Lit. [16] und [17] ist gezeigt, wie die Filter mit Hilfe der Even- und Odd-Mode-Impedanzen der gekoppelten Leitungen dimensioniert werden können. Mit den Even- und Odd-Mode-Impedanzen können die Kopplungskoeffizienten berechnet werden und darauswie beim vorherigen Verfahren die Leiterabstände bestimmt werden. Die Bestimmung der Filterordnung n und die Berechnung der normierten Elementwerte g_0 bis g_{n+1} erfolgt nach Kapitel 7 (Butterworth), 8 (Chebyshev) und 10.4 (Tiefpass-Bandpass-Transformation). Damit bei Chebyshevfiltern $g_0 = g_{n+1}$ und damit die Ankopplung am Ein- und Ausgang des Filters gleich ist, sollte für eine einfache Dimensionierung $n = \text{ungerade}$ gewählt werden. Die Methode liefert recht gute Resultate, wenn für die Berechnung der Even- und Odd-Mode-Impedanzen einen um ca. 20% grösseren Wert für die normierte Bandbreite verwendet wird.

FBW:	Fractional Bandwidth, normierte Bandbreite (Filterspezifikation)
FBW2:	normierte Bandbreite
$Z_i = Z_1 = Z_2 = \dots = Z_n$	(für die Berechnung der Even- und Odd-Mode-Impedanzen)
Z_0 :	Impedanzen der einzelnen Mikrostripleitungen
$Z_{0ei,j}$:	Generator- und Lastimpedanz
$Z_{0oi,j}$:	Even-Mode-Impedanz
	Odd-Mode-Impedanz

$$FBW2 = 1.2 \cdot FBW \quad (12.59)$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{FBW2}{2} \right) \quad (12.60)$$

$$Y = \frac{1}{Z_i \tan(\theta_1)} \quad Y_i = \frac{1}{Z_i} \quad (12.61)$$

$$J_{i,i+1} = \frac{Y}{\sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad i = 1 \dots n-1 \quad (12.62)$$

$$Y_{i,i+1} = J_{i,i+1} \sin(\theta_1) \quad i = 1 \dots n-1 \quad (12.63)$$

$$Z_{0ei2} = \frac{Z_i}{1 - Y_{12} Z_i} = \frac{1}{Y_i - Y_{12}} \quad Z_{0oi2} = \frac{Z_i}{1 + Y_{12} Z_i} = \frac{1}{Y_i + Y_{12}} \quad (12.64)$$

Für $i = 2 \dots n-2$:

$$Z_{0ei,j+1} = \frac{1}{2Y_i - \frac{1}{Z_{0ei-1,i}} - Y_{i-1,i} - Y_{i,i+1}} \quad Z_{0oi,j+1} = \frac{1}{2Y_{i,i+1} + \frac{1}{Z_{0ei,i+1}}} \quad (12.65)$$

$$Z_{0en-1,n} = \frac{Z_i}{1 - Y_{n-1,n} Z_i} = \frac{1}{Y_i - Y_{n-1,n}} \quad Z_{0on-1,n} = \frac{Z_i}{1 + Y_{n-1,n} Z_i} = \frac{1}{Y_i + Y_{n-1,n}} \quad (12.66)$$

Da es grundsätzlich nicht möglich ist, mit konstanter Leiterbreite beliebige Even- und Odd-Impedanzen zu realisieren, werden aus den berechneten Even- und Odd-Impedanzen die Kopplungsfaktoren bestimmt und aus diesen dann die Leiterabstände bestimmt.

$$K_{i,i+1} = \frac{Z_{0ei,i+1} - Z_{0oi,i+1}}{Z_{0ei,i+1} + Z_{0oi,i+1}} \quad i = 1 \dots n-1 \quad (12.67)$$

Für den Abgriff der Ein- und Auskopplung und die Leitungslänge gilt:

$$\theta_t = \frac{1}{1 - \frac{\text{FBW}}{2}} \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{Z_0 Y \sin^2(\theta_i)}{g_0 g_i}} \right) \quad (12.68)$$

$$Z_t = \frac{Z_i}{1 - Y_{12}^2 Z_i^2} \quad (12.69)$$

$$C_t = \frac{Z_t \cos(\theta_t) \sin^3(\theta_t)}{2\pi f_0 (Z_0^2 + Z_t^2 \cos^2(\theta_t) \sin^2(\theta_t))} \quad (12.70)$$

$$\ell_{t1} = \ell_{t2} = \frac{2\ell_i}{\pi} \theta_t \quad \ell_i \text{ nach (12.53) und (12.54)} \quad (12.71)$$

Beispiel 12–8: Interdigitales Bandpassfilter 2

$f_0 = 1500$ MHz, Bandbreite $B = 500$ MHz, Chebyshev-Charakteristik, $A_r = 0.05$ dB, $n = 7$, Substrat RO4350, 60 mil, $\epsilon_r = 3.48$, $\tan\delta = 0.0037$, $t = 35$ μm , $Z_0 = 50$ Ohm.

Die Filtersynthese nach Kapitel 8.1 und 10.4 ergibt folgende Elementwerte für den normierten Tiefpass: $g_0 = g_8 = 1$, $g_1 = g_7 = 1.035$, $g_2 = g_6 = 1.437$, $g_3 = g_5 = 1.964$, $g_4 = 1.616$

Die Berechnung Even- und Odd-Impedanzen und der Kopplungskoeffizienten gemäss Gleichungen (12.59) bis (12.67) ergibt:

FBW = 0.333	FBW2 = 0.4	
$Z_{0e1,2} = Z_{0e6,7} = 76.35 \Omega$	$Z_{0o1,2} = Z_{0o6,7} = 47.48 \Omega$	$K_{1,2} = K_{6,7} = 0.253$
$Z_{0e2,3} = Z_{0e5,6} = 69.85 \Omega$	$Z_{0o2,3} = Z_{0o5,6} = 48.14 \Omega$	$K_{2,3} = K_{5,6} = 0.184$
$Z_{0e3,4} = Z_{0e4,5} = 68.96 \Omega$	$Z_{0o3,4} = Z_{0o4,5} = 48.57 \Omega$	$K_{3,4} = K_{4,5} = 0.173$

In Abbildung 12-32 findet man die notwendigen Leiterabstände:

$K_{1,2} = K_{6,7} = 0.253$	\rightarrow	$s_{12} = s_{67} = 0.75 \text{ mm}$
$K_{2,3} = K_{5,6} = 0.184$	\rightarrow	$s_{23} = s_{56} = 1.2 \text{ mm}$
$K_{3,4} = K_{4,5} = 0.173$	\rightarrow	$s_{34} = s_{45} = 1.4 \text{ mm}$

Für die Resonatoren wählen wir eine Leiterbreite von 2.75 mm ($w/h=1.8$) und berechnen damit in Lincalc von ADS die Mikrostrip Impedanz und die effektive Permittivität

$$\begin{aligned} w_1 \text{ bis } w_7 &= 2.75 \text{ mm} \\ Z_i &= 57 \Omega \\ \epsilon_{re} &= 2.67 \end{aligned}$$

Die Leitungslängen werden nach (12.53) bis (12.56) und (12.68) bis (12.71) berechnet:

$$\begin{aligned} \ell_i &= 29.97 \text{ mm} \quad \ell_t = 11.96 \text{ mm} \quad \Delta\ell_1 = 2.88 \text{ mm} \\ \ell_1 &= \ell_7 = 32.85 \text{ mm} \\ \ell_2 &= \ell_3 = \ell_4 = \ell_5 = \ell_6 = 29.97 \text{ mm} \end{aligned}$$

Die in ADS optimierten Abmessungen betragen:

$$w_i = 2.75 \text{ mm}$$

$$\ell_{t1} = \ell_{t7} = 10.2 \text{ mm}$$

$$\ell_1 = \ell_7 = 32.1 \text{ mm}$$

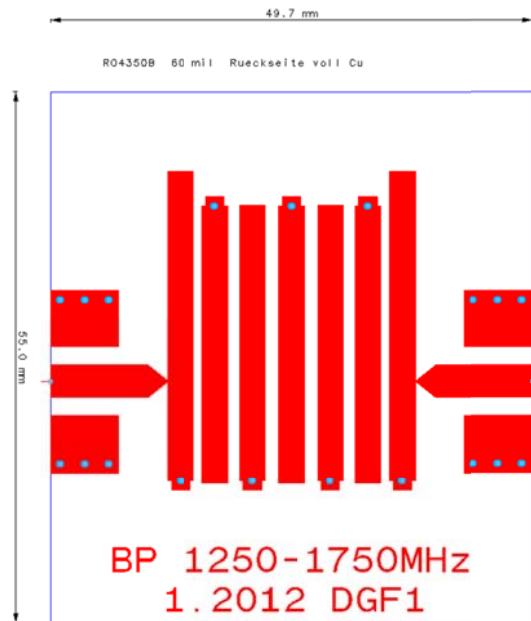
$$\ell_2 = \ell_3 = \ell_4 = \ell_5 = \ell_6 = 28.7 \text{ mm}$$

$$s_{12} = s_{67} = 0.80 \text{ mm}$$

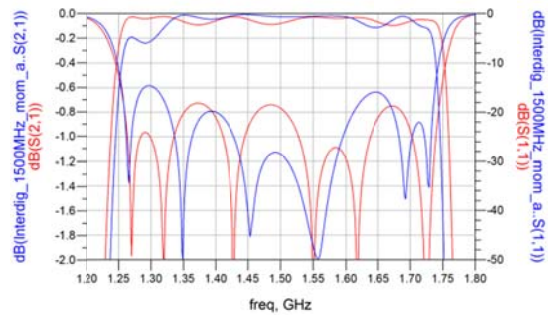
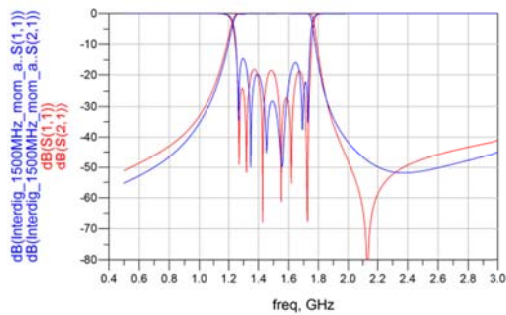
$$s_{23} = s_{56} = 1.15 \text{ mm}$$

$$s_{34} = s_{45} = 1.3 \text{ mm}$$

Layout:



Simulationsresultat (verlustlos):



12.5.5 Comblin Bandpassfilter

Abbildung 12-34 zeigt die Struktur des Comblin Filters. Sie besteht aus einer Reihe gekoppelter Leitungsstücke, die an einem Ende kurzgeschlossen sind und am anderen Ende mit einer Kapazität beschaltet sind. Die Resonatoren haben bei der Mittenfrequenz eine elektrische Länge die kürzer als $\lambda/4$ ist. Mit den Kapazitäten wird die gewünschte Resonanzfrequenz erzielt. Je grösser die Kapazitäten, um so kürzer werden die Leitungslängen und damit das Filter kleiner in seinen mechanischen Abmessungen. Gleichzeitig wird auch der zweite Durchlassbereich nach höheren Frequenzen verschoben und dadurch der Sperrbereich zwischen dem ersten (erwünschten) und zweiten (unerwünschten) Durchlassbereich vergrössert. Für elektrische Leitungslängen von $\lambda/8$ liegt der zweite Durchlassbereich bei ungefähr der vierfachen Frequenz des ersten Durchlassbereiches. Meistens weisen diese Filter oberhalb des Durchlassbereiches eine Nullstelle der Übertragung auf. Diese Nullstelle entsteht durch zusätzliche Querkopplung zwischen den Resonatoren. Die Kapazitäten werden zu Abstimmzwecken variabel ausgeführt. Für tiefe Frequenzen bis ca. 1000 MHz können hochwertige Trimmer verwendet werden. Für höhere Frequenzen werden die Kapazitäten sehr klein und können mit Abstimmungsschrauben im Gehäusedeckel realisiert werden. Eine interessante Eigenschaft dieser Filterstruktur ist, dass wenn die Kapazitäten weggelassen werden und eine reine TEM-Ausbreitung auf den Leitungen vorhanden ist (z.B. Stripline) keine Übertragung vom Eingang auf den Ausgang stattfindet. Dies weil sich die elektrischen und magnetischen Felder vollständig aufheben. Bei Mikrostrip-Leitungen ist keine reine TEM-Ausbreitung vorhanden und daher diese Eigenschaft nicht feststellbar. Die Kapazitäten können variabel ausgeführt und zur Abstimmung des Filters verwendet werden. Dabei ist zu beachten, dass konzentrierte Kapazitäten für hohe Frequenzen tendenziell kleine Q's aufweisen und damit für hohe Verluste verantwortlich sind. Die Ein- und Auskopplung am ersten und letzten Resonator kann alternativ auch nach Abbildung 12-35 erfolgen. Die Ein- und Auskopplungsleitungen sind nicht resonant. Die Theorie Comblin Filter ist in Lit. [2] zu finden.

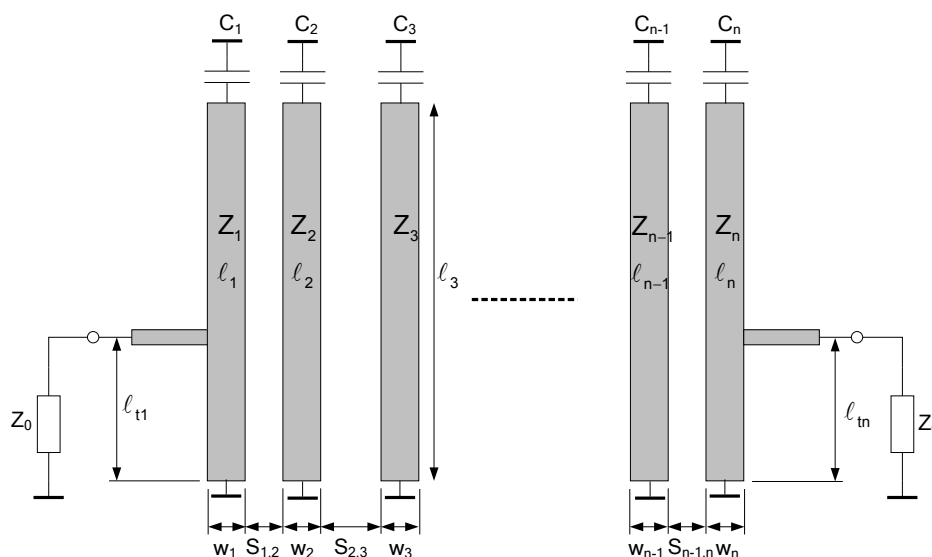


Abbildung 12-34: Comblin Bandpassfilter

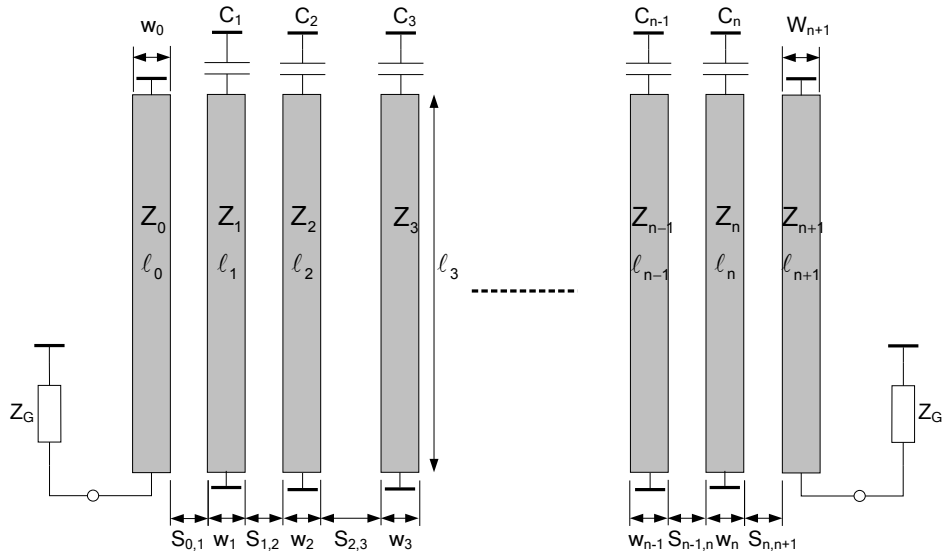


Abbildung 12-35: Combline Filter mit Ein- und Auskopplungsleitungen

In Lit. [2] und [16] ist die Dimensionierung dieser Filter über die Berechnung der Leitungs- und Kopplungskapazitäten beschrieben. Grundsätzlich sind die gleichen Dimensionierungsverfahren wie bei Interdigitalen Filtern anwendbar.

FBW:	Fractional Bandwidth, normierte Bandbreite (Filterspezifikation)
θ_0 :	elektrische Leitungslänge der Resonatoren, < $\lambda / 4$, typisch $\lambda / 8$, (45° , 0.785rad)
$Z_i = Z_1 = Z_2 = \dots = Z_n$	(für die Berechnung der Even- und Odd-Mode-Impedanzen)
Z_0 :	Impedanzen der einzelnen Mikrostripleitungen
$Z_{0ei,j}$:	Generator- und Lastimpedanz
$Z_{0oi,j}$:	Even-Mode-Impedanz
	Odd-Mode-Impedanz

$$b = \frac{1}{2Z_i} \left(\frac{\theta_0}{\sin^2(\theta_0)} + \cot(\theta_0) \right) \quad (12.72)$$

$$Y_i = \frac{1}{Z_i} \quad (12.73)$$

$$J_{i,i+1} = \frac{b \cdot \text{FBW}}{\sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad i = 1 \dots n-1 \quad (12.74)$$

$$Y_{i,i+1} = J_{i,i+1} \tan(\theta_1) \quad i = 1 \dots n-1 \quad (12.75)$$

$$Z_{0ei,12} = \frac{Z_i}{1 - Y_{12} Z_i} = \frac{1}{Y_i - Y_{12}} \quad Z_{0oi,12} = \frac{Z_i}{1 + Y_{12} Z_i} = \frac{1}{Y_i + Y_{12}} \quad (12.76)$$

Für $i = 2 \dots n-2$:

$$Z_{0ei,i+1} = \frac{1}{2Y_i - \frac{1}{Z_{0ei-1,i}} - Y_{i-1,i} - Y_{i,i+1}} \quad Z_{0oi,i+1} = \frac{1}{2Y_{i,i+1} + \frac{1}{Z_{0oi,i+1}}} \quad (12.77)$$

$$Z_{0en-1,n} = \frac{Z_i}{1 - Y_{n-1,n} Z_i} = \frac{1}{Y_i - Y_{n-1,n}} \quad Z_{0on-1,n} = \frac{Z_i}{1 + Y_{n-1,n} Z_i} = \frac{1}{Y_i + Y_{n-1,n}} \quad (12.78)$$

Da es grundsätzlich nicht möglich ist, mit konstanter Leiterbreite beliebige Even- und Odd-Impedanzen zu realisieren, werden aus den berechneten Even- und Odd-Impedanzen die Kopplungsfaktoren bestimmt und aus diesen dann die Leiterabstände bestimmt.

$$K_{i,i+1} = \frac{Z_{0ei,i+1} - Z_{0oi,i+1}}{Z_{0ei,i+1} + Z_{0oi,i+1}} \quad i = 1 \dots n-1 \quad (12.79)$$

Für den Abgriff der Ein- und Auskopplung und die Leitungslänge gilt:

$$\theta_t = \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{Z_0 \text{FBW} (\cos(\theta_0) \sin(\theta_0) + \theta_0)}{2Z_0 g_0 g_1}} \right) \quad (12.80)$$

$$\ell_i = \frac{\lambda_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{re}}} \theta_0 \quad i = 1 \dots n \quad (12.81)$$

$$\ell_t = \frac{\lambda_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{re}}} \theta_t \quad i = 1 \dots n \quad (12.82)$$

Für die Kapazität der Resonatoren gilt:

$$C_i = \frac{\cot(\theta_0)}{2\pi f_0 Z_i} \quad i = 1 \dots n \quad (12.83)$$

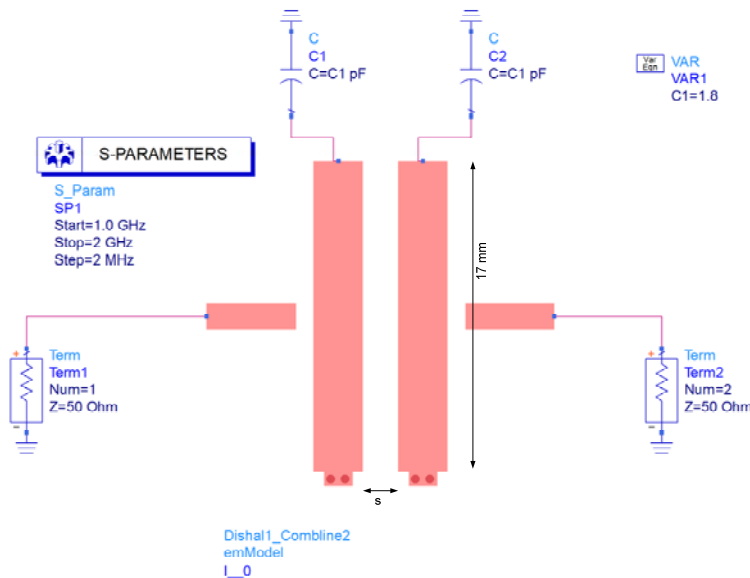


Abbildung 12-36: EM-Simulation zur Bestimmung des Kopplungskoeffizienten

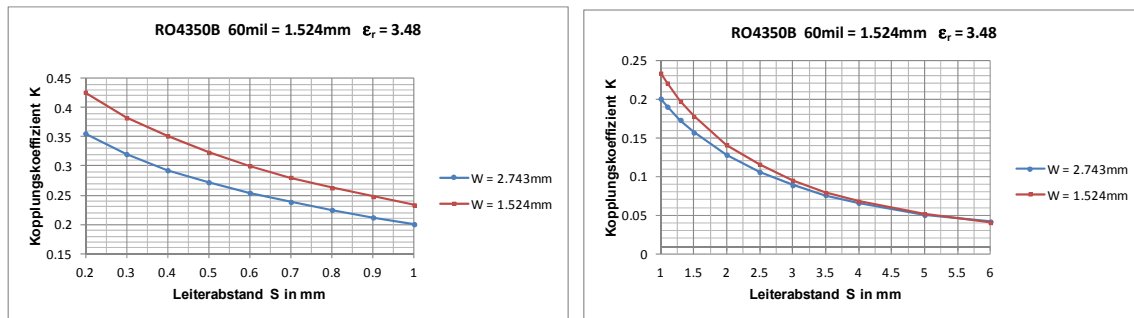


Abbildung 12-37: Kopplungskoeffizient in Funktion des Leiterabstandes S, RO4350B 60mil

Beispiel 12-9: Combine Bandpassfilter

$f_0 = 1500$ MHz, Bandbreite $B = 500$ MHz, Chebyshev-Charakteristik, $A_r = 0.05$ dB, $n = 7$, Substrat RO4350, 60 mil, $\epsilon_r = 3.48$, $\tan\delta = 0.0037$, $t = 35$ μ m, $Z_0 = 50$ Ohm.

Die Filtersynthese nach Kapitel 8.1 und 10.4 ergibt folgende Elementwerte für den normierten Tiefpass: $g_0 = g_8 = 1$, $g_1 = g_7 = 1.035$, $g_2 = g_6 = 1.437$, $g_3 = g_5 = 1.964$, $g_4 = 1.616$

Die Berechnung Even- und Odd-Impedanzen und der Kopplungskoeffizienten gemäss Gleichungen (12.72) bis (12.79) ergibt:

$$FBW = 0.333$$

$$Z_{0e1,2} = Z_{0e6,7} = 87.87 \Omega$$

$$Z_{0e2,3} = Z_{0e5,6} = 76.52 \Omega$$

$$Z_{0e3,4} = Z_{0e4,5} = 75.05 \Omega$$

$$Z_{0o1,2} = Z_{0o6,7} = 42.18 \Omega$$

$$Z_{0o2,3} = Z_{0o5,6} = 45.42 \Omega$$

$$Z_{0o3,4} = Z_{0o4,5} = 45.95 \Omega$$

$$K_{1,2} = K_{6,7} = 0.351$$

$$K_{2,3} = K_{5,6} = 0.255$$

$$K_{3,4} = K_{4,5} = 0.241$$

In Abbildung 12-37: Kopplungskoeffizient in Funktion des Leiterabstandes S, RO4350B 60mil findet man die notwendigen Leiterabstände:

$$K_{1,2} = K_{6,7} = 0.351 \rightarrow s_{12} = s_{67} = 0.2 \text{ mm}$$

$$K_{2,3} = K_{5,6} = 0.255 \rightarrow s_{23} = s_{56} = 0.6 \text{ mm}$$

$$K_{3,4} = K_{4,5} = 0.241 \rightarrow s_{34} = s_{45} = 0.65 \text{ mm}$$

Für die Resonatoren wählen wir eine Leiterbreite von 2.75 mm ($w/h=1.8$) und berechnen damit in Lincalc von ADS die Mikrostrip Impedanz und die effektive Permittivität.

$$w_1 \text{ bis } w_7 = 2.75 \text{ mm}$$

$$Z_i = 57 \Omega$$

$$\epsilon_{re} = 2.67$$

Die Leitungslängen und die Kapazität werden nach (12.80) bis (12.82) und (12.83) berechnet:

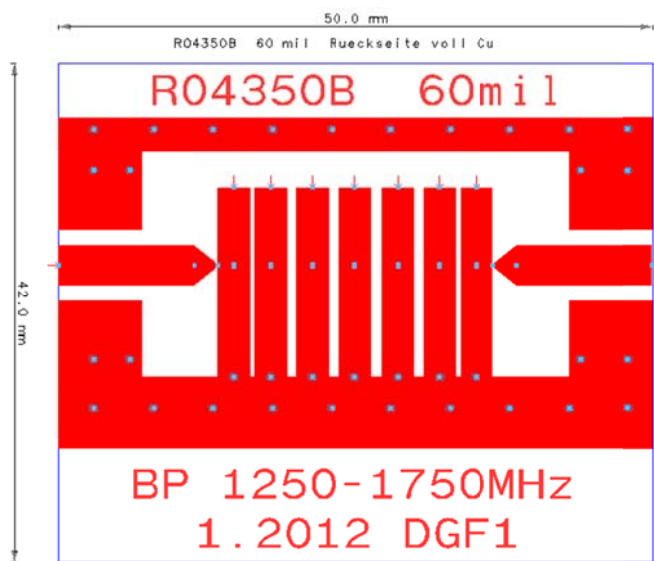
$$\ell_i = 15.29 \text{ mm} \quad \ell_t = 8.57 \text{ mm}$$

$$C_i = 1.86 \text{ pF}$$

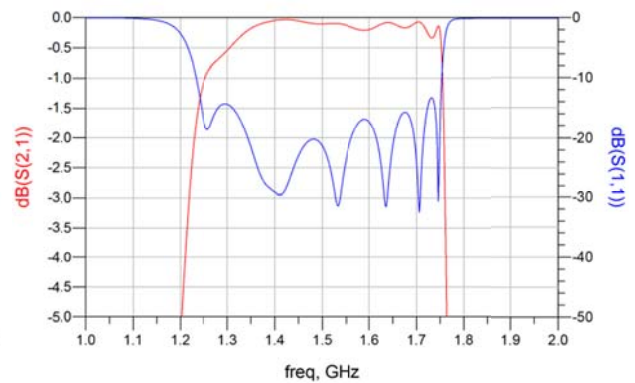
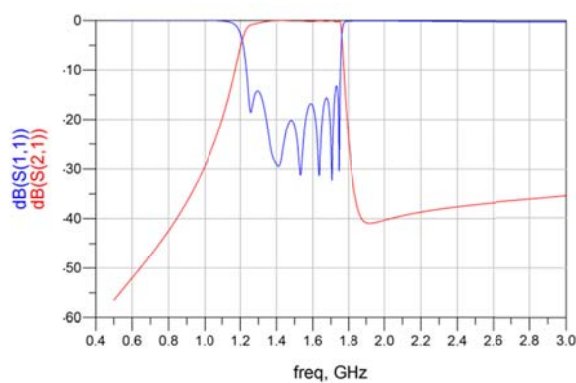
Die in ADS optimierten Abmessungen betragen:

$w_i = 2.75 \text{ mm}$
 $\ell_{t1} = \ell_{t7} = 9.2 \text{ mm}$
 $\ell_i = 15.9 \text{ mm}$
 $s_{12} = s_{67} = 0.35 \text{ mm}$
 $s_{23} = s_{56} = 0.75 \text{ mm}$
 $s_{34} = s_{45} = 0.85 \text{ mm}$
 $C_1 = C_7 = 2.1 \text{ pF}$
 $C_2 = C_6 = 1.91 \text{ pF}$
 $C_3 = C_5 = 1.81 \text{ pF}$
 $C_4 = 1.78 \text{ pF}$

Layout:



Simulationsresultat (Momentum verlustlos):



13 Literatur zu Filter

- [1] Daniels, R.: Approximation Methods for Electronic Filter Design, McGraw-Hill, N.Y., 1974, 0-07-015308-6
- [2] Matthaei et al.: Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures, Artech House, Inc., MA, 1980, 0-89006-099-1
- [3] Saal, R.: Handbuch zum Filterentwurf, Hüthig, Heidelberg, 1988, 3-7785-1558-6
- [4] Williams, Taylor: Electronic Filter Design Handbook, McGraw-Hill, N.Y., 1988, 0-07-070434-1
- [5] Pozar, D.M.: Microwave Engineering, John Wiley & Sons, 1998, 2nd. Ed., 0-471-17096-8
- [6] Lee, T.H.: Planar Microwave Engineering, Cambridge University Press, 2004, 0-521-83526-7
- [7] Bächtold, W.: Mikrowellentechnik, Vieweg, 1999, 3-528-07438-8
- [8] Hong, J.-S.G., Lancaster, M.J.: Microstrip Filters for RF/Microwave Applications, John Wiley & Sons, 2001, 0-471-38877-7
- [9] Hunter, I.: Theory and Design of Microwave Filters, IEE, 2001, 0-85296-777-2
- [10] Cameron, R.J., Kudsia, C.M., Mansour, R.R.: Microwave Filters for Communication Systems, John Wiley & Sons, 2007, 978-0-471-45022-1
- [11] Levy, R.: Classic Works in RF Engineering, Volume 2: Microwave and RF Filters, Artech House, Inc., 2007, 978-1-59693-212-8
- [12] Wong, J.S.: Microstrip Tapped-Line Filter Design, Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, Volume 27, Issue 1, Jan 1979 Page(s):44 - 50
- [13] Hammerstad, E.: Computer-Aided Design of Microstrip Couplers with Accurate Discontinuity Models, MTT-S Digest, 1981, 54-65
- [14] Dishal, M.: A Simple Design Procedure for Small Percentage Bandwidth Round-Rod Interdigital Filters Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, Volume MTT-13, Sept 1965, 696-698
- [15] Swanson, D.G.: Narrow-band microwave filter design, Microwave Magazine, IEEE, Volume: 8 Issue: 5 Oct. 2007, Page(s): 105-114
- [16] Caspi, S.; Adelman, J.: Design of Combine and Interdigital Filters with Tapped-Line Input, Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, Volume 36, Issue 4, April 1988 Page(s):759 - 763
- [17] Denig, Carl: Using Microwave CAD Programs to Analyze Microstrip Interdigital Filters, Microwave Journal, March 1989, 147-152

Noch zu schreiben:

(12.5.6) Bandpassfilter mit Stubs

(12.6) Bandstopfilter

(12.6.1) Schmalband Bandstopfilter mit gekoppelten Resonatoren

(12.6.2) Bandstopfilter mit Stubs